

Un viaggio nell'armonia Il Rinascimento

Adele Colli Franzone Bonzanini



a Mario



Polo Interregionale di Eccellenza Jean Monnet - Pavia
Jean Monnet Interregional Centre of Excellence - Pavia

Un viaggio nell'armonia Il Rinascimento

Adele Colli Franzone Bonzanini

Agosto 2012

This project has been funded with support from the
European Commission.

This publication reflects the views only of the authors, and the
Commission cannot be held responsible for any use which may be
made of the information contained therein.

© Polo Interregionale di Eccellenza Jean Monnet
Università degli Studi di Pavia
Via San Felice, 5 – 27100 PAVIA - ITALY

Internet Site: www.jeanmonnet-pv.it
Contact: info@jeanmonnet-pv.it

Adele Colli Franzone. Un viaggio nell'armonia. Il Rinascimento

ISBN: 978-88-96890-07-3

Publisher:
Jean Monnet Centre of Pavia
Università degli Studi di Pavia
2012 - Pavia - IT

Stampato nel mese di Agosto 2012
Presso Studio Pixart srl - Quarto d'Altino VE – IT

Immagine di copertina:
Bernardino Lanzani [1522], *Veduta di Pavia*. Elaborazione su particolare.
Affresco. Basilica S. Teodoro, Pavia

This publication may only be reproduced stored or transmitted in any form or by any
means, with the prior permission in writing of the publisher. Enquires concerning re-
production outside these terms should be sent to the Jean Monnet Centre of Pavia

Indice

Abstract	p.	7
Introduzione	p.	9

Parte I

Dalla numerazione romana a quella indo-araba	p.	15
Leonardo Pisano detto Fibonacci	p.	16
Dopo Fibonacci	p.	19
Le scuole d'abaco	p.	21
Lo sviluppo commerciale che portò al Rinascimento	p.	23
Le due culture	p.	26
La sezione aurea	p.	31
Piero di Benedetto De' Franceschi detto Piero della Francesca	p.	34
Gli scritti di Piero della Francesca	p.	35
Trattato d'abaco		
Libellus de quinque corporibus regularibus		
De prospectiva pingendi		
Piero matematico	p.	39
Bellezza	p.	43
Denaro e bellezza	p.	51
Rinascimento	p.	57

Parte II

Fra Luca Pacioli	p. 69
Contabilità	p. 70
Pacioli e la partita doppia	p. 73
La ragioneria dopo Pacioli	p. 76
Gli scritti di Luca Pacioli:	p. 77
De Divina proportione	
Summa de aritmetica, geometria, proportione e proporzionalità	
La tariffa	
De re militari	
Tractatus mathematicus ad discipulos perusinos	
De viribus quantitatis	
Gli elementi di Euclide	
Pacioli e la matematica	p. 95
Alcune considerazioni finali	p. 99
 Bibliografia	 p. 103

Abstract

Il Rinascimento in Italia rappresenta un momento storico irripetibile, che si colloca nella modernità come mirabile sintesi di saperi. Artisti, letterati, scienziati hanno lasciato ai posteri un patrimonio di "armonia superiore" a cui di continuo ci richiamiamo e che ancora ci affascina.

Forse sono proprio questi elementi di estrema attualità che ci permettono di sperare in un rinnovamento culturale che ponga al centro l'uomo e la qualità della vita.

La presente ricerca ripercorre alcuni eventi e ricorda personaggi cui si deve la rielaborazione della cultura precedente, l'esito della quale è stato un totale rinnovamento del modo d'essere e di pensare. E se anche oggi vogliamo immaginare un futuro ricco di valori, non possiamo prescindere dal loro magistero.

L'Autore

Adele Colli Franzone è Professore di Matematica Finanziaria alla Facoltà di Economia dell'Università degli Studi di Pavia

email: acollif@eco.unipv.it

Introduzione

La narrazione è sempre un viaggio, un luogo della mente, l'espressione di una interiorità, alla fine del quale c'è sempre un ritorno. Questo mio viaggio intende comunicare conoscenze, primo fondamento del racconto, rivisitate al fine di farle vivere in una rinnovata trama narrativa: esso è immaginario perché nel racconto si trovi la leggerezza del pensiero che definisce il gioco delle idee. Ma vi alberga anche il ricordo come continua tensione intellettuale, che va riordinato con spirito "geometrico", tessendo trame che ci fanno percorrere una strada: ed essa altro non è che il tempo della nostra esistenza. Affidandoci quindi alle parole iniziamo il nostro percorso trattando di matematica ed evidenziando alcuni aspetti che saranno determinanti per la nostra narrazione.

La matematica, termine derivato dal verbo greco che designa il concetto di imparare, presenta due aspetti, il primo ideale e astratto, il secondo concreto e applicativo. L'aspetto ideale riguarda la matematica pura che definisce gli elementi fondamentali della disciplina, enti matematici, non reali, immaginabili solo con gli occhi della mente. Si tratta di un mondo incorporeo, totalmente astratto, eppure solo attraverso la sua conoscenza è possibile spiegare e ordinare il mondo oggettivo: in questa immaterialità, paradossalmente, è contenuto tutto il reale al punto da poter sostenere che l'astratto non è la negazione del concreto bensì la sua moltiplicazione. Il secondo aspetto, quello applicativo, subentra nel momento in cui l'attenzione rivolta agli elementi astratti assume finalità operative e pratiche. In questo modo la matematica, da scienza teorica, diventa scienza positiva.

Nella storia della matematica questo duplice aspetto è ben evidenziato dallo sviluppo della geometria, dell'aritmetica e dell'algebra. La nascita della geometria precede di migliaia d'anni quella dell'aritmetica. Il termine geometria, dal greco *gheometria* "misura della terra", fu usato per la prima volta da Erodoto quando scrisse che gli antichi egizi si servivano della geometria per determinare i confini dei campi dopo le inondazioni

del Nilo, manifestazioni dell'aspetto operativo della disciplina. Ma quando i greci compirono quel determinante progresso per cui non vi fu più una raccolta di nozioni pratiche né di calcoli finalizzati alle applicazioni bensì l'inizio di una trattazione teorica astratta e soprattutto organica, allora la geometria divenne la prima vera scienza definita dall'uomo, la sola che, nell'antica Grecia, andava studiata non per fini pratici ma per "l'onore della mente umana", valorizzando invece l'aspetto ideale e teorico.

È già qui evidente come dall'aspetto operativo si è passati all'aspetto astratto e questo passaggio dalla soluzione del problema reale alla generalizzazione teorica e viceversa è tratto che caratterizza l'intera storia della matematica: teoria e operatività si arricchiscono reciprocamente, anche se con fasi alterne, di predominanza di una sull'altra. L'aritmetica fu per i greci e i babilonesi strettamente connessa alla geometria, ma fu lo sviluppo dell'algebra che definì la separazione con la geometria, poiché con essa si potevano eseguire operazioni non immaginabili geometricamente. Dopo un lungo periodo in cui questi due aspetti matematici ebbero uno sviluppo indipendente si capì che la conoscenza della teoria dei numeri e della geometria comportava un arricchimento reciproco che generava uno sviluppo per entrambe le discipline: quindi il tutto si concretizzò nella definizione di geometria analitica data da Cartesio in *Géométrie*.

I greci erano affascinati dalla raffinata struttura logica geometrica, dal concetto di simmetria, per questo, utilizzando solo riga e compasso, tentavano la quadratura delle figure piane, vale a dire cercavano di costruire un quadrato avente un'area uguale a quella della figura piana considerata. Risolvere la quadratura significava imporre la regolarità simmetrica di una qualsiasi figura piana, e quindi attuare l'ideale di un mondo naturale governato dalla ragione e dall'ordine: la sostituzione del razionale all'irrazionale definiva così la semplicità e la bellezza dell'Universo. Se dunque gli antichi greci approfondirono nei loro studi il modo in cui il complesso riuscisse ad essere ricondotto all'elementare, al semplice, al punto che Platone ritenne lo studio della geometria pro-

pedeutico a quello della filosofia, non di meno nel mondo moderno Galileo scrisse in una pagina del *Saggiatore*:

Questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi [io dico l'universo] (...) non si può intendere se prima non s'impara a intendere la lingua, e conoscere i caratteri nei quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica e i caratteri sono triangoli, cerchi e altre figure geometriche.

La geometria si definì dunque, nel corso dei secoli, come scienza sovrana, in grado di fornire la chiave di lettura per comprendere i misteri del cosmo.

Certo la matematica rappresentò una “lingua universale”, assolutamente efficace e in grado di esprimere una quantità enorme di informazioni in modo succinto e preciso. È inoltre perfettamente adattabile alla descrizione della natura del mondo e del suo funzionamento. L'evoluzione dei tempi ha imposto nuove esigenze e bisogni ai quali i matematici hanno saputo rispondere in due modi, o utilizzando teorie generali astratte che vennero successivamente applicate alla soluzione di problemi concreti o, partendo dall'osservazione della realtà, giungendo a teorie generali. Certo reale e astratto definiscono elementi concettuali che hanno accompagnato lo sviluppo di tutte le civiltà: qui si vuole evidenziare il modo in cui la matematica ha rappresentato quel filo sottile che si è insinuato nella trama di vari argomenti e discipline.

L'uomo con l'Umanesimo era divenuto attore primario sulla scena di un mondo radicalmente mutato anche grazie alla funzione della matematica: essa aveva giocato un ruolo determinante, declinando i propri aspetti teorici in aspetti operativi e pratici, suggerendo così prospettive fino ad allora inesplorate.

PARTE I

DALLA NUMERAZIONE ROMANA A QUELLA INDO-ARABA

Relativamente agli aspetti aritmetici va ricordato che mentre l'Impero romano d'Oriente fu in grado di portare avanti senza soste la tradizione scientifica dell'ellenismo, nell'Impero d'Occidente si salvarono solo frammenti della scienza antica. Le invasioni barbariche distrussero l'ambiente culturale e la sapienza altomedioevale si rifugiò nei monasteri. La scienza araba, che al contrario aveva assimilato in modo autonomo quella greco-ellenistica, raggiunse il periodo di massima fioritura tra l'800 e il 1200, specialmente nell'Arabia orientale, proprio grazie a contatti con l'algebra indiana, già assai sviluppata. In India infatti lo studio dell'algebra e della trigonometria venne approfondito al punto che fu inventato il sistema numerico ancor oggi adottato a livello mondiale: il sistema numerico decimale. Si tratta di un sistema posizionale che utilizza dieci simboli diversi fra loro in grado di rappresentare qualunque grandezza. La sua semplicità e snellezza operativa apparvero subito evidenti ma esso venne ulteriormente perfezionato per opera di due matematici arabi, Muhammed al-Khuwarizmi, il cui trattato risale alla prima metà del IX secolo e il cui nome latinizzato diede origine al termine "algoritmo" (che significa un qualsiasi procedimento regolare di calcolo), e Abu-Kamil che visse fra l'850 e il 930 d.C. La numerazione venne perciò definita "indo-araba".

Nei secoli dell'Alto Medioevo, in Occidente, i centri culturali di maggior prestigio furono, come detto, i monasteri che andarono formando, con la loro densità, quel "bianco mantello di Chiese" di cui parla Rodolfo il Glabro. In uno di questi, il monastero di Santa Maria a Ripoli, fondato da Wilfredo il Villoso, intorno all'880 era custodita una ricchissima biblioteca della quale facevano parte alcuni manoscritti arabi completi della traduzione latina, approntata nello *scriptorium* del convento stesso. Fu grazie all'opera di traduzione di questi monaci che venne diffusa la conoscenza del sistema di numerazione indo-arabo, ad opera in particolare di un benedettino francese, Gerberto d'Aurillac: questi non a caso aveva soggiornato anche a Cordoba, il più importante centro arabo di

Spagna, dove si trovava una biblioteca di 400.000 volumi e dove frequentò le lezioni che si tenevano presso l'Università. Recatosi a Roma in pellegrinaggio nel 970 ed eletto Papa con il nome di Silvestro II, scrisse diverse opere, tra le quali un trattato sull'abaco intitolato *Regulae de numerorum abaci rationibus*. In queste pagine troviamo una precisa descrizione dei numeri arabi che tuttavia non sono riportati. Si troveranno invece, ad accezione dello zero, nel codice Vigilanus, o Albeldensis, compilato dal monaco Vigilia intorno al 976 nel monastero di San Lorenzo dell'Escorial.

Prima dell'anno mille, in sostanza, non si conosceva in Europa altro sistema numerico all'infuori di quello romano e gli strumenti di calcolo finalizzati a facilitare le operazioni non erano certo soddisfacenti; d'altro canto, le spiegazioni teoriche del nuovo sistema decimale all'inizio furono considerate mere speculazioni, curiosità scientifiche mai utilizzate, poiché semplicemente, non se ne comprese lo straordinario potenziale operativo. Ciononostante l'avvento della numerazione araba creò il presupposto per un rinnovamento che si sarebbe concretizzato solo molti secoli dopo.

Ed ecco che sulla nostra strada incontriamo il primo personaggio.

LEONARDO PISANO detto FIBONACCI

Leonardo nacque nella famiglia pisana dei Bonacci nel 1170: il padre Guglielmo, mercante e funzionario pubblico di rilievo internazionale, lo avviò allo studio della contabilità prima di portarlo con sé nei suoi viaggi nel Mediterraneo meridionale. Leonardo visitò l'Egitto, la Siria, la Grecia, soggiornò a Bugia, nell'attuale Algeria, dove conobbe maestri che lo iniziarono alla matematica araba e al sistema di numerazione indo-arabo ed egli fu il primo a comprenderne gli immensi vantaggi. Le sue opere principali furono il *Liber abaci* e la *Pratica geometriae*.

Il primo testo, compilato nel 1202 e riconsiderato nel 1228, venne edito a stampa solo nel XIX secolo: si tratta del primo trattato organico

dedicato all'aritmetica e ai calcoli mercantili dell'età moderna, nel quale vengono affrontati problemi algebrici complessi. A dispetto di quanto enuncia il titolo dunque, il testo non tratta solo d'abaco, ma della connessione profonda tra aritmetica e geometria, idea sviluppata in tempi moderni ma già presente nel pensiero medievale sia arabo (si ricordi ancora l'algebra di Al-Khuwarizmi) che cristiano. Il *Liber abaci* descrive "le nuove figure indiane unitamente al segno 0" che in arabo viene chiamato *zephirum*, "zefiro", nome dal quale derivano i nostri termini "cifra" e "zero". Inoltre lo zero rappresentava presso gli indiani l'elemento di divisione fra i numeri rossi e i numeri neri che significavano, secondo l'uso dei commercianti, i primi le cifre in positivo, i secondi quelle in negativo, cioè le cifre a credito e a debito. Da tale usanza deriva la nostra espressione "avere il conto in rosso", sebbene i colori siano stati invertiti. Fibonacci spiega come i numeri romani vengano "tradotti" in numeri decimali e come vengano effettuate le operazioni aritmetiche, tratta delle equazioni di primo e secondo grado seguendo sempre la traccia di Al-Khuwarizmi, aggiungendo contributi originali e al rigore di talune dimostrazioni associa il senso pratico maturato alla scuola del commercio. Lo scopo dell'autore era infatti quello di diffondere in Occidente un più agevole strumento di calcolo, basato sulla posizione delle cifre e sull'uso dello zero con i suoi algoritmi di calcolo (mentre nella numerazione romana mancava un rapporto sistematico tra il valore di una cifra e la sua posizione). Non a caso il titolo *Liber abaci*, libro dell'abaco, cita lo strumento con il quale venivano effettuati abitualmente i calcoli: il termine abaco deriva presumibilmente dall'ebraico *avaq*, polvere, che designava in origine una tavoletta ricoperta da un sottile strato di sabbia, sulla quale i segni per far di conto venivano tracciati e cancellati con facilità. Al tempo di Fibonacci tuttavia l'abaco consisteva in una serie di palline forate che scorrevano su fili paralleli, dove in un certo senso la pluralità dei fili faceva le veci della notazione posizionale: un tipico strumento di questo genere presentava quattro fili rispettivamente per unità, decine, centinaia e migliaia. La "nuova maniera" introdotta da Leonardo Pisano determinò una rinascita degli studi matematici in tutta

Europa, sebbene dovettero passare ancora molti anni prima che l'antica numerazione romana fosse del tutto sostituita.

Nel *Liber abaci* viene trattata anche la “teoria dei numeri” e la “contabilità commerciale”, vale a dire quello che veniva chiamato “riporto di benefici e perdite o del cambio delle monete”, inoltre vengono menzionati problemi nautici e di idraulica civile in una varietà di argomenti che attesta la versatilità dell'autore, in grado di proporre soluzioni del tutto originali. Il problema più noto proposto da Fibonacci è senz'altro quello detto “dei conigli”, grazie al quale è stata definita la successione che porta ancor oggi il nome del suo inventore. Tale successione evidenzia come ogni termine in sé contenuto si ottenga dalla somma dei due che lo precedono, quindi la successione dei quozienti fra un termine qualsiasi e il precedente oscilla, ora per eccesso ora per difetto, attorno ad un numero al quale si avvicina sempre più: il “numero aureo”. Quella di Fibonacci fu la prima “successione ricorsiva” ideata in Europa, cioè la prima delle successioni numeriche in cui la relazione tra termini successivi può esprimersi con un'espressione matematica. Il problema consiste in questo: se un uomo mette una coppia di conigli in un luogo circondato da tutti i lati da mura, quante coppie di conigli possono essere prodotti dalla coppia iniziale in un anno supponendo che ogni mese ogni coppia produce una nuova coppia in grado di riprodursi a sua volta dal secondo mese? All'inizio è una coppia, dopo un mese la coppia origina un'altra coppia, quindi per ogni mese a partire dal terzo il numero di coppie adulte, cioè in grado di generare, è uguale alla somma del numero di coppie adulte nei due mesi precedenti: quindi il numero di coppie adulte formerà una successione: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 eccetera. Questa successione era già stata scoperta in India da Virahanka ed era stata descritta nel 1133 da Gopala in qualità di soluzione di un problema relativo alla metrica della poesia: con un numero costante di sillabe, ma un numero arbitrario di lettere, si verifica che ogni metro è la somma dei due precedenti. In seguito si vide come questa successione sia rilevabile in una incredibile varietà di fenomeni apparentemente senza alcun collegamento.

Il secondo testo, *Pratica geometriae*, scritto nel 1223, si ispira alle teorie dei matematici greci, Euclide, Erone, Archimede, seguendo presumibilmente la traccia di una versione araba del trattato euclideo sulla divisione delle figure andato perduto. Fibonacci tratta qui del rapporto aureo e dei problemi relativi al calcolo delle aree e dei volumi, della divisione delle figure, della determinazione di distanze e altezze trattati da un punto di vista sia teorico che pratico. Seguendo un'antica usanza prima babilonese e poi araba, l'autore si serve dell'algebra al fine di risolvere problemi geometrici. Restano dell'autore due trattati secondari, il *Flos*, databile attorno al 1225, che presenta molti problemi, alcuni dei quali derivanti dalle gare matematiche che si tenevano alla corte di Federico II (alle quali Fibonacci fu invitato), e il *Liber quadratorum*, il Libro dei Quadrati, dedicato allo stesso imperatore svevo.

Se Platone nella *Repubblica* sostenne che la scienza dei numeri "non si doveva imparare per tenere la contabilità delle vendite e degli acquisti come farebbe un commerciante e un bottegaio ma per facilitare la radicale conversione dell'anima dal mondo del divenire a quello della verità e dell'essere", e quindi elevare l'animo alla contemplazione delle verità eterne, Fibonacci, uomo del suo tempo, mise la matematica a servizio delle esigenze concrete dei suoi contemporanei, con estrema abilità e originalità, dando un contributo fondamentale, seppur per molto tempo non compreso.

DOPO FIBONACCI

Dopo la morte di Fibonacci, dal 1300 al 1500, fiorì in Italia una ricca produzione di opere matematiche, i cosiddetti "trattati d'abaco", che presero spunto proprio dalle opere del dotto mercante. Pur presentando talora aspetti pregevoli, questi testi erano piuttosto semplici ed elementari: vale tuttavia la pena menzionare alcuni fra gli almeno trecento manoscritti diffusi oggi nelle biblioteche di tutta Europa, la maggior parte dei quali si trova a Firenze.

Il primo libro d'abaco a stampa è un'opera anonima e senza titolo, pubblicata a Treviso nel 1478 e nota come *Aritmetica di Treviso*, nella quale possono essere rinvenuti i caratteri tipici di tale trattatistica: la lingua volgare regionale (vale a dire la variante locale del volgare toscano), la scrittura mercantesca, l'abbondanza di esempi paradigmatici dai quali è possibile trarre spunto per via analogica al fine di risolvere problemi simili a quelli già svolti, infine la folta presenza di disegni a scopo illustrativo.

La matematica dei trattati d'abaco si differenzia nettamente dalla tradizione euclidea e dal metodo assiomatico-deduttivo: qui infatti la trattazione appare solitamente disorganica, mancante dell'ordine logico euclideo. L'esposizione è induttiva: si parte da un singolo caso cercando di definire regole che possano essere utili solo per la specifica tipologia di problematiche connesse a quel caso particolare. Si tratta in sostanza di trattati d'aritmetica, utili a risolvere problemi di calcolo ma soprattutto utili alla marcatura, finalizzati a poter quantificare rapidamente gli interessi. Il calcolo, quindi inteso come "scrivere di razionalità" e cioè come modo di affrontare un problema di razionalità applicata che è poi, in ultima analisi, la quantificazione del reale.

Poiché dunque il fine dei trattati d'abaco è l'applicazione, i testi forniscono soluzioni sovente approssimative, non esatte: è una matematica che "mostra", ma non "dimostra", per questo la tradizione abachista riguarda solo "problemi" sotto forma di quesiti numerici e, quando utilizza teoremi geometrici euclidei, lo fa con fini pratici e operativi. D'altra parte è questo di cui si aveva allora bisogno. I testi d'abaco rispondono alle esigenze del tempo, che sono le esigenze pratiche del commercio. Le procedure di soluzione inoltre vengono svolte per via retorica, ricorrendo a descrizioni lunghe e complesse dei vari passaggi, dal momento che non si usa alcuna simbologia.

Non tutti i trattati d'abaco presentano le medesime caratteristiche: se taluni sono davvero meri elenchi di problemi, altri rappresentano vere raccolte enciclopediche, a seconda della cultura e delle capacità dell'autore. Gli scrittori infatti potevano essere mercanti, artisti, intellet-

tuali, ma per lo più erano maestri d'abaco, insegnanti nelle scuole presso le quali venivano istruiti i figli della nascente borghesia mercantile. Talora nei trattati si ravvisano elementi teorici riferiti alle regole di calcolo che paiono preannunciare lo stile espositivo che caratterizzerà l'opera di Luca Pacioli: d'altro canto, lo sviluppo sia dell'aritmetica che dell'algebra non si spiegherebbe senza il presupposto dell'entroterra abachista.

LE SCUOLE D'ABACO

Due trattati d'abaco risultano particolarmente interessanti, quello contenuto nel Codice Palatino 573 della Biblioteca Nazionale di Firenze e il Codice Ottoboniano Latino 3307 della Biblioteca Apostolica Vaticana: in essi, attribuibili al medesimo anonimo autore, si trovano preziose informazioni circa le scuole d'abaco fiorentine, denominate "botteghe". Queste, diffuse rapidamente nell'Italia centro-settentrionale, dal Veneto all'Umbria, per soddisfare le esigenze di istruzione dei figli di mercanti e artigiani, venivano talora frequentate anche da appartenenti a famiglie nobili.

Il termine "abaco" non venne più a indicare solamente lo strumento di calcolo, ma la disciplina stessa che veniva insegnata in queste scuole, lontanamente paragonabili agli odierni istituti tecnici professionali; persino il metodo didatticamente preso a modello si avvicinava a quello oggi definito *problem solving*. La più antica testimonianza relativa alle scuole d'abaco si trova in un testo delle Provvizioni del Comune di San Gimignano del 1279, dove si mette in evidenza il carattere pubblico dell'insegnamento, finanziato dal Comune o dalle varie Corporazioni mercantili. Esistevano tuttavia anche scuole private, specie a Firenze, dove il fiorire dei commerci era legato senz'altro al proliferare di tali botteghe: fra le più note si ricordino almeno la bottega d'abaco di Santa Trinità, fondata probabilmente da Paolo dell'Abaco, matematico, astrologo e astrologo, cui succedette dapprima Maestro Antonio dè Maz-

zinghi da Peretola e poi Maestro Giovanni di Bartolo che partecipò alla progettazione della cupola di S. Maria del Fiore, quella di Mastro Luca sul Lungarno e quella di Mastro Michele.

L'uso del termine "bottega", del resto, chiarisce bene come in queste scuole l'insegnamento delle arti astratte non fosse disgiunto da quello delle tecniche in un originale connubio di cultura, tradizione e conoscenza pratica. Si pensi appena al fiorire delle botteghe di pittori, scultori e incisori ma anche di orafi, di orologiai, di armaioli, di lavoratori dell'argento. Esistevano cartiere e opifici tessili, in un differenziarsi delle attività che definì un profondo rinnovamento sia nei consumi che negli stili di vita. Le scuole accoglievano ragazzi di un'età compresa fra i dieci e i dodici anni, proponendo un percorso di studi della durata di circa due anni, variabile a seconda delle attitudini e delle esigenze dell'allievo e della sua famiglia.

A Venezia era particolarmente rinomata la Scuola di Rialto, fondata grazie al lascito di Simone Valentini nel 1408 e diretta da Paolo della Pergola. Dal 1446 le si affiancarono le due scuole di San Marco, propedeutiche agli studi universitari, che venivano al solito compiuti a Padova dai giovani veneziani. Tali scuole avevano tuttavia un taglio umanistico anzi che scientifico, essendo destinate alla frequentazione della ricca borghesia mercantile. Rimanendo in area veneta, anche la scuola di Verona ebbe notevole rilievo, dimostrando come le necessità di istruzione fossero ben radicate anche nelle aree limitrofe a quelle in cui fioriva il grande commercio.

Uno sguardo lungo all'indietro.

LO SVILUPPO COMMERCIALE CHE PORTO' AL RINASCIMENTO

Per intendere l'età rinascimentale dal punto di vista economico è necessario considerare alcuni aspetti dello sviluppo storico nei secoli precedenti, a partire almeno dal XIII secolo, dalla rinascita dell'economia monetaria e della città come centro di aggregazione sociale di una nuova classe che possiamo iniziare a definire "borghese".

A Venezia, nel X secolo, viene utilizzata per la prima volta la "Commenda", detta anche "Collegantia", un contratto in base al quale venivano inseriti nel processo produttivo non solo gli operatori istituzionali ma tutti i membri della società che avessero una qualsiasi disponibilità liquida, attivando in tal modo sia i piccoli che i grandi risparmiatori. Da questa prima forma di contratto ne derivarono altre, che determinarono un significativo incremento del risparmio nel secolo successivo, di fondamentale importanza in una società che soffriva di una cronica deficienza di capitali. L'uso di tali contratti societari comportava l'esistenza di un rapporto di fiducia reciproca tra gli stipulatori, un senso di onestà negli affari che veniva rafforzato anche dall'appartenenza a una comunità e da precise disposizioni legislative: tutto ciò rese possibile la partecipazione di molti risparmiatori all'attività imprenditoriale dei mercanti, che, commerciando su scala ormai internazionale, davano vita a nuove e potenti organizzazioni. Nascevano così le prime figure di "bourgeois", "burghouses", "borghesi", i quali, occupandosi essenzialmente di commercio, spezzarono il vigente sistema feudale e costituirono l'originario nucleo degli "uomini d'affari". La Repubblica di Venezia fu la vera capostipite della potenza del capitale poiché disponeva di tutti gli strumenti necessari a dare inizio a tale potenza. Il potere del capitale era concentrato nelle mani dell'élite sociale e dei ricchi mercanti, il mercato cittadino da essi controllato era abbondantemente dotato di botteghe e magazzini; a Rialto si teneva il mercato borsistico per la quotazione delle merci. Lo Stato era governato dal Doge, eletto dalle famiglie patrizie che si dedicavano al commercio, il quale assicurava la potenza della Repubblica e la pace sociale. Inoltre era proprietà dello Stato l'Arsenale

dove venivano costruite le “galere da mercato”, ossia le navi di Stato cedute all’asta in locazione ogni anno.

Poiché i singoli fattori, per quanto essenziali, non definiscono mai le situazioni e la loro evoluzione, è piuttosto all’integrazione di questi che bisogna guardare con attenzione. Non sono i capitali a fare gli uomini, ma l’opposto: se è indispensabile accumulare capitali per lo sviluppo, è altrettanto indispensabile disporre di uomini che sappiano far adeguato uso del capitale. Si torna alla valutazione di quel “capitale umano”, che consiste nella diffusione di una mentalità nuova, della capacità imprenditoriale in strati sempre più ampi della popolazione: non a caso, infatti, qualche anno addietro un alto esponente della Deutsche Bank affermò sulle colonne del Wall Street Journal “le idee sono capitale. Il resto solo soldi”.

Lo sviluppo degli strumenti creditizi prefigurò la nascita di vere e proprie operazioni bancarie, aprendo la via alla metamorfosi del mercante medioevale in banchiere, come sostiene Carlo Maria Cipolla:

E furono allora proprio quegli uomini con grande capitale umano che a partire da secoli XII e XIII introdussero grandi innovazioni riguardanti il diritto mercantile che definì la creazione di norme che permisero compagnie a responsabilità limitata, compagnie assicurative, la creazione di reti bancarie con corrispondenti in tutta l’Europa occidentale, la creazione di strumenti creditizi che permettevano il trasferimento di fondi senza effettivo movimento di denaro ed infine strumenti contabili come la partita doppia che definivano un controllo più efficace a distanza delle filiali e dei loro gestori.

In tempi segnati dall’insicurezza e dal pericolo nell’affrontare viaggi per ragioni commerciali, lo sviluppo di tali espedienti contribuì alla tutela degli interessi dei mercanti italiani, stimolando al contempo le loro attività e ponendoli in una condizione privilegiata rispetto agli altri commercianti europei. In questo modo vennero poste le basi per la rivoluzione commerciale del XIII secolo, un vero e proprio rinascimento economico che

precedette quello artistico e culturale. Venne così spezzato anche il tradizionale schema del commercio europeo alto medioevale basato sull'interscambio di prodotti nelle fiere della Champagne, che si tenevano a rotazione sei volte all'anno, e quelle di Brie, nel nord della Francia, che si interponevano tra le due zone economiche dei Paesi Bassi e dell'Italia. La Champagne diventò il centro di gravità dei traffici terrestri nordici e dei centri tessili di Parigi e Reims, dove operavano mercanti fiamminghi e italiani: queste fiere non si distinguevano solo per l'abbondanza delle merci ma soprattutto per il commercio del denaro e le prime manovre del credito. In tali occasioni gli operatori si spostavano collocando in un luogo ben visibile un tavolo che divideva le persone impegnate in una transazione, sul quale, sopra un ricco tappeto, venivano stese le merci. Dal termine banco deriva infatti la denominazione "banca" adottata dalle lingue moderne. Così "bancarotta" designa la consuetudine di spezzare la tavola del banchiere insolvente. Vi era inoltre un libro mastro ufficiale, dove venivano registrate tutte le transazioni, secondo l'uso dell'arte del cambio.

In breve tempo, dunque, i mercanti italiani crearono succursali nelle piazze commerciali più importanti d'Europa, senza doversi muovere dalla loro città: da itineranti che erano, divennero uomini d'affari sedentari. Grazie alle "lettere di cambio" anche la moneta non dovette più essere fisicamente spostata, evitando così i rischi legati ad ogni passaggio. La fortuna dei mercanti e dei banchieri fiorentini derivò proprio dalla solerzia con la quale riuscirono a dar vita ad un sistema creditizio e commerciale che arrivò ad abbracciare l'intero continente, da Londra, a Barcellona, a Napoli, a Cipro, a Costantinopoli. Firenze si candidò a divenire il fulcro della finanza internazionale, dove si sperimentavano al contempo quelle tecniche finalizzate a "produrre ricchezza" che avrebbero poi profondamente influito sul mondo moderno.

I Medici possedevano un banco importante in via Porta Rossa, ma vi erano almeno settanta banchi nella sola zona di Orsanmichele, a scarsa distanza l'uno dall'altro: così il sorgere di una classe di banchieri fiorentini alle soglie del Rinascimento e l'intrecciarsi delle loro attività col

potere politico e con la società civile definì una splendida stagione di scambi, culturali e commerciali. Non va tuttavia dimenticato che centri come Genova, Siena e Lucca, nel XIII secolo, erano piazze finanziarie ben più importanti di Firenze, che solo a partire dal XIV secolo assumerà un ruolo nodale nell'ambito dell'economia europea. La casata dei Medici, dopo il fallimento negli anni Quaranta del XIV secolo delle imprese dei Bardi e dei Peruzzi, ebbe un'espansione prodigiosa, basata su una strategia che dava la priorità alle operazioni finanziarie svolte con i governi. Divenne in breve tempo sempre più difficile distinguere i rappresentanti della Banca Medici dai politici che amministravano lo Stato. Nel Quattrocento ormai il Banco Medici rappresentava la più rilevante agenzia, di livello internazionale, che nel corso dei primi cinquant'anni di attività aveva prodotto un utile complessivo di quasi 630 mila fiorini, somma veramente enorme considerato anche che il Banco non richiedeva forti reinvestimenti degli utili.

LE DUE CULTURE

In età rinascimentale esistevano, ben distinte fra loro, due tradizioni culturali: quella dei dotti, degli uomini di cultura, i quali si esprimevano abitualmente nei loro scritti in lingua latina e che trasmettevano il loro sapere nell'ambito delle Università, delle corti e dei circoli umanistici, e quella pratica, legata all'attività di artigiani, pittori, architetti, maestri d'abaco, algebristi, cartografi, insomma dei "tecnici". Questi hanno lasciato testi composti in lingua volgare, vergati nella scrittura detta "mercantesca", nei quali hanno trattato in modo diversificato soprattutto alcuni aspetti di matematica applicata.

Certo non v'era incomunicabilità tra le due "culture", anzi: ebbero luogo a più riprese scambi e contaminazioni. Ad esempio, nelle discipline matematiche i dotti non disdegnavano di occuparsi anche delle applicazioni pratiche della matematica e i maestri d'abaco tentarono talora di risalire alle fonti teoriche per giustificare le regole di calcolo da loro insegna-

te. Il medesimo, fecondo dialogo tra scienza pura e applicata caratterizzò l'esperienza di Piero della Francesca, intervenendo anche sul terreno delle arti figurative, come vedremo successivamente.

Poiché l'insegnamento impartito nelle Università era rivolto prevalentemente alla formazione di quattro tipologie professionali ben specifiche (il maestro delle arti, il giurista, il medico e il teologo), lo studio della matematica era ritenuto marginale: essa fungeva da materia propedeutica agli studi di medicina, limitatamente ai suoi aspetti più elementari. Non venivano approfonditi i classici greci, nonostante esistessero delle traduzioni in latino almeno dal XII secolo, approntate in centri di primaria importanza nel contesto della cultura araba, come la Sicilia e la Spagna, a Toledo, a Salamanca e a Barcellona. Si pensi che la traduzione delle opere di Archimede realizzata da Guglielmo di Maerbeke restò sconosciuta fino al Rinascimento inoltrato e quasi tutti i testi greci tradotti in Sicilia furono totalmente dimenticati. Certo le cause di tale abbandono furono molteplici: la lentezza nella circolazione dei manoscritti, la difficoltà di comprensione derivante dalla scarsa chiarezza delle traduzioni, l'oggettiva complessità della materia. Così tale tesoro di conoscenza restò occultato fino all'età di Piero della Francesca e di Luca Pacioli. Non va dimenticato infatti che i monaci impegnati nell'opera di traduzione, sovente, non erano tanto interessati alla correttezza filologica del risultato, quanto all'impegno richiesto dalla scrittura, alla fatica penitenziale compiuta per meritare la vita eterna.

I codici finemente miniati negli *scriptoria* dei monasteri, d'argomento matematico e non solo, erano considerati più opere di lusso, pezzi da collezione che testi da leggere e studiare, destinati ad arricchire le biblioteche private dei signori. Valutati come beni economici dunque, più che culturali, impreziosivano le dimore delle più agiate famiglie fiorentine, in attesa di divenire terreno fertile per gli studi dei *novi homines*. I Medici, ad esempio, istituirono la pubblica Biblioteca Medicea presso il monastero domenicano di San Marco e mantennero privata l'altra Biblioteca Medicea ora detta Laurenziana. A San Marco confluirono nel

tempo altre raccolte librerie acquisite da Cosimo de' Medici, le quali fornirono la base degli studi di Luca Pacioli.

Pochi uomini del resto hanno creduto nel valore della formazione dell'individuo attraverso la cultura filosofica, letteraria e scientifica con una passione e una coerenza paragonabile a quella di Cosimo di Giovanni di Bicci, onorato col titolo postumo di *Pater Patriae* e detto nel XVI secolo "il vecchio": egli considerò la cultura uno strumento di civilizzazione, al punto che chiese e ottenne che il Concilio delle Chiese cristiane d'Occidente e d'Oriente fosse trasferito da Ferrara a Firenze nel 1439 e così riuscì a portare in città numerosi testi greci, patrimonio dei delegati ortodossi. In quegli anni infatti i presuli della Chiesa orientale, assediati nelle loro terre dai turchi, erano convenuti a Ferrara per tentare di risolvere alcune divergenze dottrinali, accettando l'autorità papale e chiedendo aiuto per togliere il lungo assedio di Costantinopoli. Quando Ferrara venne colpita dalla peste, Cosimo ne approfittò per invitare i delegati a Firenze. Dopo aver finanziato la ristrutturazione del convento domenicano di San Marco, egli fece costruire la Biblioteca Medicea, sintesi architettonica di rigore prospettico e di levità, autentico tempio a tre navate dell'intelletto, dove il raccoglimento nella lettura e nella meditazione veniva garantito dalla circolazione della luce modulata e ottenuta dai riflessi delle pareti tinteggiate allora di quel colore verde tenue che veniva assegnato agli *scriptoria* e agli stanzini di lettura per favorire la concentrazione. La biblioteca, con le sue file di sottili colonne che sostengono impeccabili volte bianche, è una meraviglia di grazia e di luce: non a caso, la luce rappresenta un effetto primario dell'arte edificatoria, al pari della materia e della gravità, in grado di sottolineare il "gioco sapiente e magnifico dei volumi" che modellano lo spazio. Nell'esprimere lo spazio, la luce racconta attraverso un discorso dinamico, che si dipana lungo il trascorrere del tempo, senza mai interrompersi, senza mai ripetersi.

Non è poi da sottovalutare l'esperienza di altri personaggi, come Nicolò Niccoli, erudita della corte di Cosimo il Vecchio, che diede fondo alle sue sostanze per acquistare volumi preziosi e che, quando non ebbe più al-

cuna ricchezza, venne soccorso dai Medici che gli misero a disposizione i loro averi alla sola condizione che i libri della sua collezione potessero essere consultati pubblicamente. Se a Cosimo si deve anche la decisione di affidare a Marsilio Ficino la traduzione dal greco dei Dialoghi di Platone e a Lorenzo quella di inviare Giano Lascaris in varie province bizantine alla ricerca di manoscritti, non solo a Firenze si crearono circoli umanistici: a Roma il Pontefice Nicola V diede avvio a una imponente opera di traduzione di testi antichi, una parte dei quali matematici, mentre a Venezia il Cardinal Bessarione, amante delle discipline matematiche, aveva donato la sua collezione di ben seicento codici greci a quella che sarebbe divenuta poi la Biblioteca Marciana. Bessarione, già Arcivescovo di Nicea, aveva ottenuto la porpora cardinalizia da Papa Eugenio IV nel 1439 per i suoi sforzi volti a conciliare la Chiesa greca con quella latina, divenendo così un fattore di comunione tra la cultura bizantina di Costantinopoli, erede del mondo classico, e il nuovo movimento rinascimentale sorto in occidente. Infine Urbino assunse un ruolo di primaria importanza grazie al ruolo di Federico da Montefeltro e del figlio Guidobaldo, al punto da essere definita centro dell'“Umanesimo matematico”, insieme a Napoli, sotto il governo di Alfonso I, e Milano, al tempo di Ludovico il Moro.

Per completare il panorama della cultura quattrocentesca italiana, non si deve tacere uno dei centri universitari più prestigiosi, Padova, dove gli studi matematici fiorirono per la presenza di dotti quali Pietro d'Abano e Giovanni de' Dondi. Per volere del Senato della Serenissima la sede dell'Ateneo fu stabilita a Padova anzi che a Venezia e qui nel 1464 venne presentato il programma umanistico di rinascita delle matematiche, e in particolare dell'astronomia, che avrebbe dovuto realizzarsi secondo il Regiomontano mediante l'utilizzo dell'innovazione tecnica più rivoluzionaria di quel tempo: la stampa a caratteri mobili. Pochi anni prima, infatti, nel 1455 a Magonza, dalla bottega dell'orafo Joham Gutenberg, era uscito il primo libro a stampa, una Bibbia latina di grande formato, l'“in folio”. Gli incunaboli, vale a dire i testi stampati dal 1456 al 1499, si conservano oggi in 450.000 esemplari, un quarto dei quali custoditi

presso biblioteche italiane. Venezia fu infatti la capitale mondiale della stampa e dell'editoria per tutto il Cinquecento: dai torchi della Dominante (mai nome fu più appropriato) uscirono una leggendaria versione del *Talmud* (non a caso perché a Venezia sorgeva il più antico ghetto d'Europa) e l'*Alcoranus Arabicus*, primo Corano stampato nella lingua di Maometto.

Johannes Muller, detto Regiomontano dal nome della sua città natale, è stata una figura di capitale importanza nell'ambito dell'Umanesimo matematico, avendo egli avviato la nascita della moderna trigonometria. Traduttore di opere scientifiche nonché fine divulgatore, rappresentò mirabilmente il gusto umanistico per l'erudizione rivolta soprattutto alle grandi creazioni della matematica e dell'astronomia greca. Certo la sua ambizione di raccogliere, tradurre e pubblicare l'eredità scientifica dell'antichità fu fortemente sostenuta dal Bessarione, che fu legato a lui da stima e amicizia, ma l'iniziativa poté fiorire proprio grazie all'invenzione della stampa.

Solo nel Quattrocento dunque la matematica come scienza teorica, trasmessa nei compendi e nei commenti medievali, venne riconsiderata e rivitalizzata grazie all'interesse degli umanisti, che promossero la realizzazione di traduzioni e di studi diretti sui testi greci. Nonostante le discipline classiche privilegiate rimanessero la retorica, la grammatica e le *humanae litterae* in genere, la riscoperta della civiltà classica fu integrale, comprese quindi anche le discipline matematiche, nonostante le posizioni degli intellettuali a riguardo fossero assai diversificate. Nel corso del Quattrocento le "due culture" di cui si è parlato in precedenza si differenziano di nuovo al loro interno: da una parte il movimento incoraggiato dagli umanisti non è confinato nelle aule universitarie, ma si sviluppa in circoli culturali legati alle grandi biblioteche o alle corti, protagoniste poi delle stagioni rinascimentale, dall'altra i maestri d'abaco e gli artisti in genere continuano a produrre testi in lingua volgare, accentuando la frattura tra cultura alta e media.

*“Il bello consiste nella debita proporzione perché i sensi si dilettono delle cose bene proporzionate”
[Tommaso d’Aquino]*

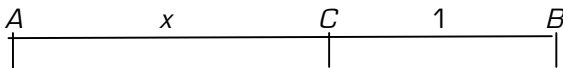
LA SEZIONE AUREA

La sezione aurea era nota, prima ancora che ai greci, ai babilonesi, che la utilizzarono per scolpire steli e bassorilievi, e agli egizi. Questi ultimi ricordarono i termini della sezione nella costruzione del monumento funerario del re Seti I della XIX dinastia e della tomba di Petosiri, sommo sacerdote del faraone Thot nel III secolo a.C., delle grandi piramidi di Cheope, Chefren e Micerino nella piana di Giza. Eppure, monumenti di qualsiasi tempo e luogo recano in sé traccia della proporzione aurea, dai megaliti di Stonehenge al Partenone, dalla Cattedrale di Notre Dame de Paris a quella di Chartres, per citare solo qualche esempio. Non solo: in natura, molte strutture, come le conchiglie, sono “costruite” in base alla sezione aurea.

Furono i greci della scuola pitagorica, tuttavia, i primi a definire la sezione aurea intorno al VI a.C.: secondo Giamblico, Ipposo di Metaponto associò ad essa il concetto di incommensurabilità, mentre Platone aveva parlato di “sezione” in qualità di proporzione. Ma solo Euclide, intorno al 300 a.C., definì il numero aureo “estrema e media proporzione” nel sesto libro degli *Elementi*.

Si può dire che una linea retta sia stata divisa secondo la proporzione estrema e media quando l'intera linea sta alla parte maggiore così come la maggiore sta alla minore.

Rappresentando graficamente questa espressione, si ottiene:



Con $AB = 1 + x$

$AC = x$ sezione aurea

$CB = 1$

si ha: $AB : AC = AC : CB$
 $[1 + x] : x = x : 1$

da cui: $x^2 = 1 + x$
 $x^2 - x - 1 = 0$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180339887...$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -0,6180339887...$$

L'equazione ha due soluzioni reali una positiva e l'altra negativa e la loro somma e il loro prodotto valgono rispettivamente 1 e -1. La sezione aurea rappresenta dunque matematicamente quella parte di un segmento media proporzionale fra l'intero segmento e la parte restante.

Il numero 1,6180339887..., detto "numero aureo", fu indicato fino al secolo XX con la lettera τ (tau) dal greco *to me*, "taglio" o "sezione". Fu il matematico Mark Barr a sostituire tale lettera con π (phi), la lettera greca iniziale del nome dell'architetto greco Fidia, ideatore del Partenone, tempio dedicato ad Athena Parthenos (Atena Vergine) e innalzato in onore della Dea protettrice della città sull'acropoli. Le denominazioni

“sezione aurea”, usata per la prima volta da Martin Ohm nel 1835, “rapporto aureo” e “numero aureo” sono sostanzialmente sinonimi.

Tale numero presenta infinite cifre decimali prive di sequenze ripetitive: ciò significa che le due lunghezze $1+x$ ed x (AB e AC) non sono multipli interi di una unità di misura comune e per questo sono dette “incommensurabili”. Si osservi che le cifre 1,6180339... e 0,6180339... dopo il punto decimale sono esattamente le stesse e pertanto il rapporto aureo e solo esso ha la caratteristica di avere un quadrato uguale a sé stesso più uno e un reciproco uguale a se stesso meno uno. È un numero irrazionale che può essere approssimato con crescente precisione dai rapporti fra due termini successivi della successione definita da Fibonacci, il quale però non si rese conto di questa relazione fra la sua successione e la sezione aurea; lo stesso avvenne a Luca Pacioli. La relazione infatti fu scoperta solo nel 1611 da Keplero che la enunciò nel testo *Strenna sul fiocco di neve esagonale*, mentre la dimostrazione fu approntata un secolo più tardi dal matematico Robert Simson, cui seguì la scoperta della formula generatrice della serie di Fibonacci ad opera di Jacques Inet che da lui prese il nome. Keplero ben intuì l'importanza della sezione aurea, come scrisse nell'*Armonia del mondo* del 1619:

La geometria ha due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora e l'altro la divisione del segmento in rapporto estremo e medio. Il primo lo possiamo paragonare a un lingotto d'oro, e il secondo lo possiamo chiamare un gioiello prezioso.

L'applicazione del “numero d'oro” divenne così la chiave di volta in pittura, in architettura e in musica: la sua irrazionalità venne accostata all'inconoscibilità del divino, al mistero inattingibile con la sola ragione umana ma che si rivela nelle diverse espressioni artistiche. Oro, luce, numero e geometria sono tra loro connessi nella concreta fatica di chi mira ad esprimere in perfezione d'arte, in bellezza, il mistero del mondo e della vita. Quindi il rapporto aureo presenta al contempo due significati: quello qualitativo e quello estetico perché, pur essendo definito ma-

tematicamente, viene ad esso attribuita la capacità di rendere armonioso ogni oggetto o elemento al quale venga applicato.

Procediamo nel viaggio e incontriamo un secondo straordinario personaggio che, osservando il mondo, seppe ricrearlo.

PIERO DI BENEDETTO DE' FRANCESCHI
DETTO PIERO DELLA FRANCESCA

Piero della Francesca nacque a San Sepolcro intorno al 1406 e qui morì, ormai cieco, il 12 ottobre 1492. Primogenito di Benedetto di Pietro de' Franceschi, un commerciante di cuoio all'ingrosso, discendeva da una famiglia eminente e agiata. Ricevette l'abituale educazione da parte del "maestro di grammatica" di Borgo che gli insegnò a leggere, scrivere e i rudimenti di latino, quindi approfondì gli studi d'abaco e quelli relativi alla contabilità mercantile. A quindici anni, dopo aver completato la propria educazione matematica, maturò la vocazione alla pittura: riguardo il primo apprendistato di Piero non sappiamo praticamente nulla, è verosimile tuttavia che egli abbia seguito un vero e proprio tirocinio secondo i metodi e le tecniche descritte nel *Libro dell'arte* di Cennino Cennini, allievo di Gaddi, uno dei maggiori esponenti dell'arte fiorentina trecentesca.

Nonostante Piero abbia soggiornato a più riprese a Firenze, interessandosi profondamente alle innovazioni e alle opere d'arte che la abbellivano, non vi stabilì mai la propria residenza: preferì sempre frequentare le corti e i borghi disseminate lungo l'arco appenninico e le regioni circostanti, che impreziosì di capolavori. I caratteri principali dell'Umanesimo costituirono sempre la solida base culturale dell'artista, in primis la fiducia nella facoltà conoscitive dell'uomo: l'uomo rappresentò infatti per Piero il più complesso tra gli elementi cui applicare le leggi matematiche, nel quale tutto è misura e armonia. Ma ciò accade non solo nell'uomo: anche il paesaggio, rappresentato secondo

le ragioni della prospettiva, divenne il presupposto della presenza umana, non un mero sfondo neutro sul quale collocare le figure.

A tale visione del mondo Piero giunse certo grazie alla frequentazioni delle corti e dei circoli umanistici tra il 1439 ed il 1449:¹ qui comprese come la funzione dell'artista fosse quella di conciliare la conoscenza delle arti liberali con le capacità manuali, attraverso la padronanza di varie discipline, dalla grammatica alla storia, dalla filosofia alla medicina, dall'astrologia alla geometria, alla prospettiva, all'aritmetica. Si delineò così la profonda e consapevole trasformazione dell'arte da artigianato in scienza che s'intensificò e divenne programma nei tre decenni tra il 1420 e il 1450. Ma a questo processo, come vedremo, non potranno dirsi estranei gli studi matematici compiuti da Piero nella giovinezza e proseguiti in età matura.

"I concetti della matematica possono essere un ausilio prezioso per scoprire o inventare, le modalità possibili di un nuovo rapporto tra la leggerezza fantomatica delle idee e la pesantezza del mondo" (Italo Calvino)

GLI SCRITTI DI PIERO DELLA FRANCESCA *TRATTATO D'ABACO*

Il *Trattato*, pur rientrando nell'ambito della tradizione abachista, rappresenta un *unicum*, nel senso di un testo originale e anomalo. Certamente deriva il suo contenuto dagli studi d'abaco compiuti dall'autore, e dall'inclinazione alla contabilità e alle scienze commerciali ereditate dalla famiglia, ma tratta di geometria e algebra con assoluta abilità matematica, alla quale concorrono la perizia nel disegno geometrico e la conoscenza diretta degli *Elementi* di Euclide nella versione del Campano.

¹ Piero nel 1439 fu a Firenze in qualità di collaboratore di Domenico Veneziano, artista che, con una pittura luminosa e ricca di colore, operò la prima sintesi tra le tradizioni pittoriche del nord e del sud Europa, tra la nitida prospettiva di Masaccio e l'attenzione al reale e ai valori luminosi della pittura fiamminga.

Composto intorno al 1480 o poco dopo (la datazione secondo la quale risalirebbe al 1450 è improbabile a causa degli impegni che il pittore aveva in quel periodo) su richiesta della famiglia Pichi, il *Trattato* rappresenta uno dei livelli più alti raggiunti dalla matematica abachista nel Quattrocento: esso è l'esempio del modo in cui, nel mondo dei "pratici volgari", le ricerche di geometria e algebra potessero portare ad una conoscenza che andava ben oltre i problemi operativi per affrontare gli ardui argomenti che la tradizione arabo-latina aveva trasmesso.

LIBELLUS DE QUINQUE CORPORIBUS REGULARIBUS

Il testo, composto tra il 1487 e il 1490, propone alcuni problemi presenti nel *Trattato d'abaco* risolti in modo più appropriato e corretto, ma soprattutto tratta temi di geometria in lingua latina. Ebbe presto una edizione a stampa che procurò al *Libellus* ampia circolazione: in particolare interessò ai contemporanei la trattazione dei "corpi platonici", vale a dire dei cinque corpi regolari della geometria platonica, tutti poliedri - il tetraedro, la piramide, l'ottaedro, l'icosaedro e il dodecaedro - che, secondo la dottrina enunciata nel *Timeo*, sono la forma dei cinque elementi naturali, fuoco, aria, acqua, terra, quintessenza o etere cristallino. In questo testo Piero seppe oltrepassare Euclide affrontando problemi complessi come il calcolo del volume delle volte a padiglione e della superficie delle volte a crociera e corredando lo scritto di disegni, correzioni ed aggiunte posteriori. Dal punto di vista storico-matematico la singolarità del *Libellus* risiede nell'intreccio fra geometria euclidea e matematica abachista, ossia fra la matematica dei dotti e quella dei "tecnici": l'autore è infatti pienamente consapevole di questa innovazione, specie nella dedica a Guidobaldo da Montefeltro, dove asserisce che la nobiltà del suo lavoro consiste nell'aver trasportato "le cose di Euclide e dei geometri presso gli aritmetici". Non è da credere che Piero ritenesse "le due matematiche" enti separati e autonomi, tutt'altro: l'omogeneità delle parti appare frutto di tempi nuovi e più maturi. Tra i

pochi intellettuali capaci di muoversi abilmente tra il massimo sistema della matematica euclidea-archimedeo e il minimo sistema della matematica abachista, Piero tradusse le sue conoscenze nel *De Prospectiva Pingendi*, primo trattato di prospettiva geometrica o lineare.

DE PROSPECTIVA PINGENDI

Composto intorno al 1480, il trattato fu scritto dapprima in volgare, quindi fu tradotto in ottimo latino "parola per parola", come testimonia Luca Pacioli, dal maestro Marco Cioni teologo e francescano, concittadino e amico di Piero. Dedicato al Duca d'Urbino Federico, contiene vari riferimenti agli *Elementi* e all'*Ottica* di Euclide e si propone di dimostrare che la teoria della prospettiva pittorica è solidamente fondata sulle basi scientifiche della percezione visiva.

Il trattato si compone di tre parti: nella prima vengono messe in prospettiva figure piane, nella seconda è la volta dei solidi, nella terza in special modo delle teste umane. Vengono peraltro spiegate le tre parti della pittura: il disegno, la *commensuratio* e il colore. Tuttavia il concetto fondamentale è quello della prospettiva: la tecnica prospettica permette di poter disegnare o dipingere su un foglio o una tela bidimensionale, in modo realistico e corretto, figure tridimensionali che vanno da quelle astratte della geometria a quelle concrete della natura. La realtà non è fatta di sagome piatte ma di volumi definiti dalla luce, all'interno di spazi riconoscibili. Eccezion fatta per le correzioni prospettiche apportate dagli artisti classici, da Fidia a Vitruvio, e i tanti esempi orientali che vanno dalle grotte indiane di Ajanta del VI secolo ai dipinti cinesi tra il X e il XIII secolo, si può affermare che la moderna prospettiva nasca intorno al 1410 con le due immagini del Battistero e di Palazzo Vecchio, opera del Brunelleschi, oggi perdute ma delle quali esiste una ricca documentazione.

Codificata da Leon Battista Alberti, da Masaccio e da Paolo Uccello, la prospettiva a unico punto di fuga fu inventata da Brunelleschi nel 1416

grazie ad un esperimento effettuato con tavolette a specchio: egli disegnò su una tavoletta di legno in maniera speculare, fece un buco sul retro e collocò di fronte uno specchio in modo tale che chi guardava lo specchio attraverso il buco aveva l'illusione di vedere miracolosamente apparire il Battistero stesso come se fosse vero. Le due tavole di Santa Maria del Fiore e di Palazzo Vecchio, perdute come abbiamo già detto, sono state descritte da Leon Battista Alberti, tuttavia la prospettiva lineare e geometrica venne sintetizzata da Brunelleschi solo intorno al 1425. La discontinuità con la tradizione gotica medievale si realizzò appieno grazie all'opera di Tommaso di Ser Giovanni Cassai detto Masaccio, attraverso l'attenzione alla resa della consistenza plastica delle figure, all'uso dilatato del chiaroscuro e all'applicazione coerente delle regole prospettiche, come appare evidente negli affreschi di Santa Maria Novella. Lo stesso Vasari confermò poi come l'artista seppe esplorare nuove tecniche prospettiche ancora più ardite. Anche Paolo Uccello fece uso delle simbologie e delle geometrie euclidee per imprigionare crude e feroci scene di guerra, con un affollato incastro di uomini, armi, spade e cavalli, trionfanti in una pittura ambientata in uno spazio mentale apparentemente irreali: in realtà questi racconti e queste ambientazioni di pura fantasia traducevano in immagini un'idea filosofica dell'uomo e del cosmo, in modo che la pittura non fosse imitazione dello spazio naturale ma invenzione di uno spazio mentale.

Nel 1435 Leon Battista Alberti elaborò nel *De Pictura* una nuova teoria prospettica, che Piero della Francesca conobbe a Firenze e della quale divenne presto maestro. Se Piero non inventò alcuna teoria, certo a lui va il merito di aver giustificato per primo dal punto di vista teorico le regole pratiche applicate, anticipando così uno sviluppo che i matematici francesi, da Desargues a Pascal, a Poncelet, porteranno a maturità tra il 1639 e il 1822, nell'ambito di quella che verrà denominata "geometria proiettiva". Teorico della nuova prospettiva, il pittore di San Sepolcro seppe approfondire nei suoi testi con eccezionale rigore e ampiezza temi che apriranno la via ad un nuovo modo di intendere l'arte e la rappresentazione: la "geometrizzazione" della pittura tramite l'uso corretto

della prospettiva e la strutturazione matematica dello spazio divennero in un breve torno d'anni patrimonio dei maggiori artisti rinascimentali. "Libella e circino" cioè riga e compasso furono gli strumenti fondamentali per la costruzione dello spazio prospettico e quindi per mettere in proporzione gli oggetti nella scena dipinta. Piero impiegò per definire il proporzionamento degli elementi il termine "commensuratio", già usato dai pittori fiorentini per esprimere il concetto di "ridurre in scala": così la *commensuratio* fornì ai dipinti di Piero un grandioso contenitore in perfetta consonanza con la rigidità geometrica delle figure al suo interno. Anche gli *Elementi* di Euclide sono costruiti usando soltanto la riga e il compasso, poiché l'autore, seguendo la teoria platonica, riteneva ci fossero solo due figure geometriche perfette: la linea retta e il cerchio. Pertanto la geometria doveva essere fondata unicamente sugli strumenti che permettono di descrivere e disegnare queste due figure, cioè la riga, con cui si tracciano le linee rette, e il compasso, con cui si disegna la circonferenza.

"Le principali forme di bellezza sono l'ordinata disposizione, la proporzione, e la definitezza che sono rilevate in particolare dalla matematica" (Aristotele)

PIERO MATEMATICO

Nato in una famiglia di mercanti, Piero della Francesca frequentò, come abbiamo detto, la scuola d'abaco a San Sepolcro, ma certo il suo interesse per la matematica lo portò ad approfondire le proprie conoscenze ben oltre l'insegnamento ricevuto nel paese natale. L'interesse per la geometria euclidea, per le sue caratteristiche di essenzialità e di ordine, si accompagnava alla comprensione dell'importanza dell'algebra, scienza allora appena nascente in Europa.

Tuttavia l'opera matematica di Piero, a differenza di quella pittorica, rimase a lungo nota solo in maniera indiretta, essendo la fama dell'artista soprattutto legata alle opere: non è comunque possibile

comprendere la grandezza del genio senza considerare come tecnica pittorica, geometria, ottica e prospettiva fossero indissolubilmente legate. La pittura, definita da Piero “dimostrazione di superfici e di corpi”, doveva superare la “pura empiria”: la rappresentazione delle superfici e dei corpi geometrici doveva attestare l'ordine armonico del paesaggio e dell'universo. In altre parole, i precisi rapporti matematici che scandivano il dipinto avevano la funzione di rispecchiare l'armonia dell'universo. Il “pittore matematico” aveva, in un certo senso, aperto la strada a Keplero e Galileo, per i quali il fine di tutte le investigazioni del mondo esterno avrebbe dovuto essere la scoperta dell'ordine razionale imposto da Dio al cosmo e “rivelato nel linguaggio della matematica”.

La rappresentazione del mondo appare filtrata attraverso l'ordito concettuale dei numeri delle proporzioni, ma si avvale anche della conoscenza delle leggi prospettiche e ottiche sulla rifrazione luminosa e sui valori cromatici. Se premessa della nuova prospettiva era infatti la concezione della pittura come rappresentazione di uno spazio unitario osservato da un punto di vista fisso, all'osservatore lo spazio del dipinto si mostra come raccordato dalla convergenza in profondità di tutte le linee ortogonali o parallele verso un unico punto di fuga. All'interno della scena paesaggio e figure vengono illusionisticamente degradati e rimpiccioliti secondo la distanza dal piano del disegno così com'era percepito dal punto di vista dell'osservatore. Attraverso questo espediente lo spettacolo mobile della realtà si muta in rappresentazione calma e solenne, impersonale ma non astratta, nella quale spiccano le psicologie dei personaggi espresse attraverso la precisa definizione del volto e dell'atteggiamento. La profondità dei sentimenti non viene mai meno: tale completezza di rappresentazione dà la misura di una pittura che vive di pensiero, e che traduce il pensiero in figura.

L'uomo nella pittura di Pietro si gloria della propria dignità, forgiata dall'equilibrio tra personaggio e ambiente, dalla compostezza stilizzata delle figure, sovente cariche di un profondo spessore etico, come testimonia la celebre Pala di Brera (fig. 1). Teorizzando la coincidenza tra riflessione razionale e fantasia creatrice, il pittore matematico aveva

ormai introdotto nell'arte italiana la certezza di un intimo legame armonico delle forme tra di loro e con lo spazio, in quella consonanza tra micro e macro cosmo che permeerà parte della cultura naturalistica del Rinascimento.

I luoghi sono quegli spazi radicati nella nostra storia e nel nostro tempo, dove si dispiega la nostra vita. I luoghi che prediligo sono quelli dove la Bellezza tratteggia orizzonti nuovi a cui orientare la vita affinché possa dare risposte certe alle domande di senso e di verità dell'esistenza.

Fig. 1 [pagina seguente]: Piero della Francesca, *Vergine in trono con Bambino, Angeli e Santi*. Pinacoteca di Brera, Milano



“Perché la bellezza, o mio Fedro, essa sola è insieme amabile e visibile; essa è – rammentalo bene – la sola forma dello Spirito che noi possiamo percepire coi nostri sensi e sensibilmente intendere”
[Thomas Mann]

BELLEZZA

Già i filosofi pre-socratici Talete, Anassimandro e Anassimene, tra il VII e il VI secolo a.C., iniziarono a riflettere intorno al principio di tutte le cose: cercando di definire il mondo come un tutto ordinato, essi avvertirono l'identità fra armonia e bellezza. Sarà poi Pitagora, nel VI secolo a.C., ad affermare che “il principio di tutte le cose è il numero”. Gli elementi esistono in quanto riflettono un ordine retto da leggi matematiche che garantisce l'esistenza e la bellezza delle parti: restava dunque ai filosofi greci l'individuazione delle relazioni proporzionali delle parti che compongono la forma. Venne così individuata una particolare scansione ritmica nella quale le parti avevano una precisa correlazione proporzionale, che verrà definita “divina proporzione”.

Tuttavia, sia nel mondo greco che in quello latino, alla perfezione delle proporzioni veniva sempre associata la “piacevolezza del colore e della luce”: secondo Sant'Agostino, ad esempio, la bellezza è costituita dalla “proporzione delle parti con una certa dolcezza del colore”. In un passaggio della *Città di Dio*, infatti, Agostino elenca le caratteristiche di proporzione, armonia, simmetria e bello sensibile: ciò che è bello deve essere ordinato, armonico, deve in altre parole seguire l'ordine perfetto delle leggi matematiche presenti nel creato. Nel I secolo a.C. la ricerca della regola aurea attese a definire e misurare l'equilibrata proporzione delle parti, a generare un equilibrio di contrasti, trovò compimento nel *De Architectura* di Vitruvio, che avrà di nuovo larga diffusione in età rinascimentale. Anche in questo trattato, tradotto e pubblicato nel 1485, la bellezza si configura come insieme di simmetria, proporzione e calcolabilità.

“L'uomo misura di tutte le cose”, secondo l'affermazione di Protagora [V sec. a.C.], divenne metro in base al quale valutare i fenomeni naturali, analizzare la realtà, realizzare il nuovo. L'antica Grecia coltivò l'idea dell'armonia tra mente e corpo, tra pensiero e azione, quale fondamento dell'arte, massima espressione dell'attività umana: assegnare proporzioni corrette significava al contempo conseguire l'armonia attraverso la misura, dare ad ogni elemento il giusto peso e il giusto luogo nell'ambito di un mondo regolato dall'intelligenza umana. Così l'individuo venne a rappresentare un microcosmo retto dalle medesime leggi del macrocosmo, secondo la teoria dell'*homo quadratus*: il numero, principio dell'universo, viene caricato di significati simbolici fondati su serie di corrispondenze di valore anche estetico. Il quattro, ad esempio, è un numero risolutore, poiché quattro sono i punti cardinali, i venti principali, le fasi della luna, le stagioni, ma quattro è anche il numero dell'uomo: come sottolinea Vitruvio, la larghezza dell'uomo disteso a braccia e gambe spalancate corrisponde alla sua altezza, definendo così la base e l'altezza di un quadrato ideale. Quattro è quindi il numero della perfezione.

Nell'architettura e nell'arte immaginare e realizzare un mondo “a misura d'uomo” significa prendere come parametro di riferimento le proporzioni del corpo umano e utilizzare le risorse dell'intelletto per conoscere, organizzare e descrivere la realtà. Quindi le proporzioni umane sono il paradigma dei rapporti che legano il microcosmo al macrocosmo. Vitruvio sviluppò per altro l'analogia tra la “fabbrica” (vale a dire definire l'attività di edificare) architettonica e il corpo umano: la figura dell'uomo disteso, della quale abbiamo parlato sopra, si iscrive perfettamente entro un quadrato e un cerchio, definendo una simmetria fra le varie parti della “fabbrica”, punto di partenza dello studio rinascimentale delle proporzioni. Vitruvio identificò così la “debita proporzione” con la simmetria, termine derivante dal greco *syn* e *metria*, “la stessa misura”: dotata di simmetria è l'opera d'arte o l'architettura se è possibile identificare qualche piccolo frammento dell'opera in modo tale che le dimensioni di tutte le altre parti contengano quel frammento un esatto

numero di volte, se le parti sono, in termini matematici, commensurabili.

Vitruvio, codificando nel *De architectura* il canone di bellezza classico, individuò come le proporzioni ideali del corpo umano corrispondano al numero aureo fra il lato del quadrato e il raggio del cerchio. La celebre rappresentazione che ne deriva si compone del quadrato, simbolo matematico del creato, che ha il suo centro negli organi genitali dell'uomo, e del cerchio, simbolo della divinità, che ha il suo centro nell'ombelico della figura umana: l'"Uomo ideale" o Vitruviano di Leonardo da Vinci è attualmente conservato presso le Gallerie dell'Accademia di Venezia (fig. 2).

Fig. 2 (pagina seguente): Leonardo da Vinci, *Uomo Vitruviano*, Gallerie dell'Accademia di Venezia

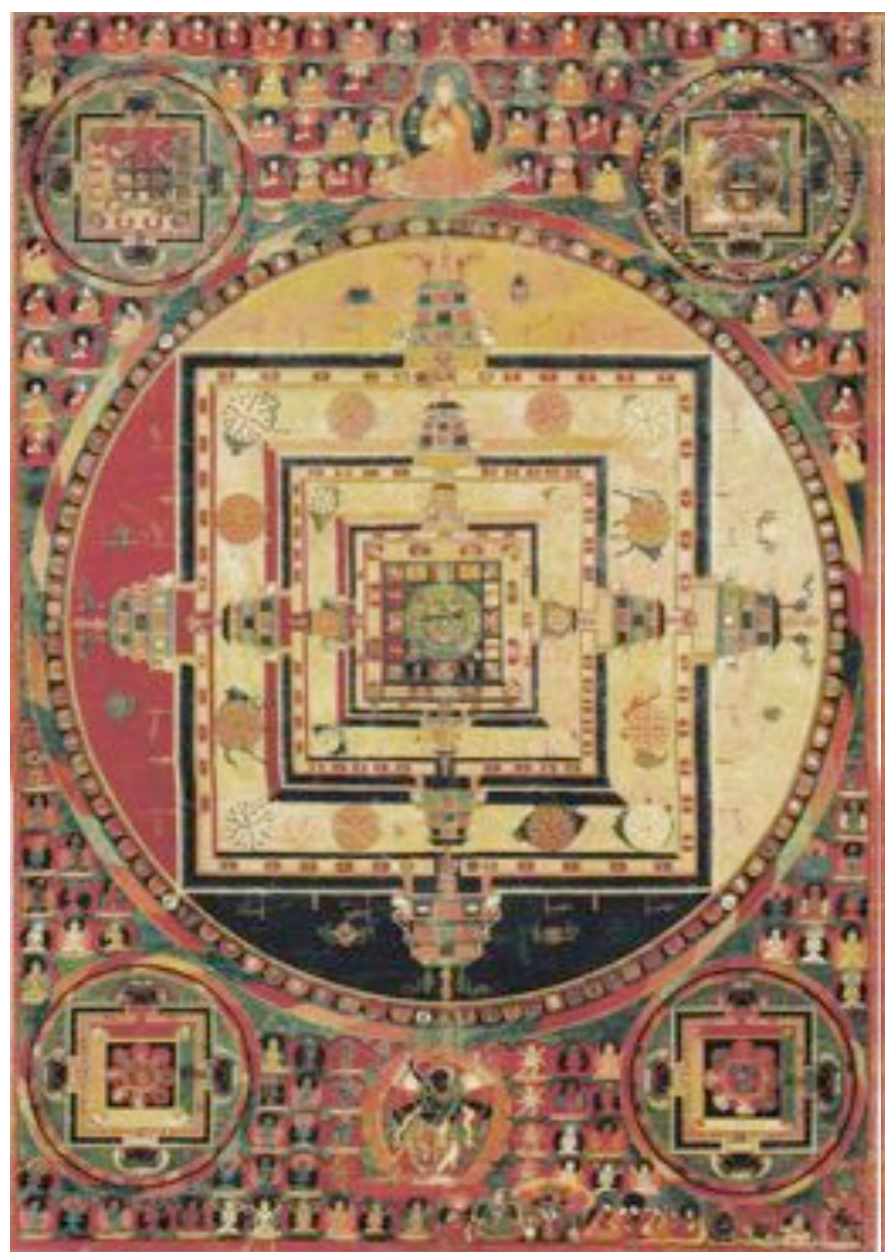
Handwritten text in Italian, likely a preface or introduction to the work, discussing the importance of anatomy and the human body.



Handwritten text in Italian, likely a continuation of the preface or introduction, discussing the relationship between the human body and the elements of nature.

La divinità del cerchio non è del resto concetto puramente occidentale: diverse culture hanno individuato in tale figura geometrica un principio di armonia, come del resto hanno anche immaginato il quadrato come rappresentazione dell'uomo, ovvero della natura fecondata dallo spirito divino. Il cerchio, la figura piana più regolare, costituisce una meravigliosa immagine dell'infinito nel finito. Anche il Buddismo Zen affida alla rappresentazione del cerchio vuoto, detto *Enso*, un valore di gesto sacrale: l'arte di tracciare tale figura con un sol colpo di pennello costituisce un atto sublime. La purezza del gesto appare dunque la sola strada per giungere alla purezza del pensiero. Spingendoci ancora oltre, vale la pena spendere qualche parola in relazione al concetto di *Mandala*, termine che in sanscrito significa letteralmente cerchio o centro. Il cerchio anche in questo caso è simbolo del cosmo nella sua interezza, mentre il quadrato è simbolo della terra. Il cerchio dunque, forma più pura e semplice, "contiene" l'universo: il suo centro rappresenta il culmine della consapevolezza. Per questo il Mandala, sia esso di stoffa o di mera polvere colorata, si mostra come rappresentazione dell'universo, via alla meditazione e alla comprensione della realtà. Fino ad arrivare all'immenso Mandala di pietra che è il tempio del Borobudur (figg. 3 e 4).

Figg. 3 e 4 (pagine seguenti): *Mandala*





Facendo ora ritorno alla civiltà europea, l'esigenza avvertita nel XV secolo di collocare l'uomo in un luogo percepito razionalmente, matematicamente misurato, in opposizione allo spazio indefinito e inconoscibile della cultura medioevale, trovò adeguata espressione nella costruzione prospettica, cifra distintiva e rivoluzionaria della concezione rinascimentale del rapporto fra uomo e spazio. A tal proposito conviene citare Conway: "il Rinascimento sarà il linguaggio matematico della bellezza. C'è una cosa di cui i non matematici non si rendono conto, ed è che la matematica è in realtà quasi interamente un soggetto estetico". Ma l'interesse per le proporzioni, nel Rinascimento, fiorì anche in un dibattito nel quale vennero proposti canoni proporzionali diversi, a seconda dell'arte considerata (pittura, scultura, ecc...), sebbene tutti si ispirassero all'imitazione del vero. La proporzione è quindi il concetto chiave dell'antropologia estetica rinascimentale. Gli artisti da Ghiberti a Paolo Uccello, a Leonardo da Vinci, a Dürer, considerarono inscindibile dall'opera d'arte la ricerca della "divina proporzione", contemplando in essa la bellezza eterna e la verità universale.

Certo il senso delle proporzioni, malgrado la fissità dei principi aritmetici e geometrici, è mutato nel corso del tempo, generando altri ideali di proporzione: con il tramonto della civiltà rinascimentale, ad esempio, si fece strada l'idea che la bellezza derivasse da una sorta di tensione inquieta verso qualcosa che sta al di là delle regole matematiche che governano il mondo fisico, anzi che da una equilibrata proporzione. Il concetto di bellezza del resto farà molta strada, fino ad arrivare alle avanguardie del secolo scorso. Scrisse Kandinsky:

Se l'artista è il sacerdote della bellezza, la bellezza deve espirarsi al principio del valore interiore. L'unica misura della bellezza è la necessità interiore che ci è sempre stata utilissima.

Del resto, quando in arte moderna vediamo rappresentate delle figure geometriche, ossia le forme astratte degli oggetti concreti, vediamo qualcosa che si avvicina al concetto di "idea" platonica, dal momento

che essa sottintende che la vera essenza di questo imperfetto mondo è la geometria. Un'ideale astratto del concetto di bellezza sono le opere di Mondrian. Pur nella mutevolezza del concetto, la bellezza è sempre madre del pensiero, capace di rappresentare, riflettere e far riflettere. Se Dostoevskij affermava che "la bellezza salverà il mondo", nel Libro del Siracide, nell'Antico Testamento dunque, si parla di potenza della bellezza, potenza grande ed oscura, celebrata ancor più nella sua consistenza fisica nel Cantico dei Cantici. La bellezza certo oggi più che mai ha la funzione di salvarci dalla "bruttezza" intesa sia come categoria etica, nel senso di squallore, di bassezza volgare, sia come categoria estetica. Se la bellezza rappresenta una "razionalità superiore", la superficialità, la piatta mucillagine che definisce il basso continuo quotidiano della nostra società possono essere in qualche modo riscattati: la bellezza con la sua eleganza, leggerezza ed armonia può darci ancora sussulti e fremiti, può parlarci di "assoluto". Così come la parola essa può ferire perché non è solo forma ma sostanza che incide sulle miserie che ottundono, sul chiacchiericcio continuo che umilia l'uomo, obbligandolo a vedere e cercare il vero senso della vita. Per questo è un bene a cui educare e una risorsa da custodire con amore e intelligenza.

La bellezza è il giusto rapporto tra l'intelligenza e ciò che l'intelligenza capisce.

DENARO E BELLEZZA

Due concetti così distanti tra loro come il denaro, categoria dell'avere, e la bellezza, categoria dell'essere, possono trovare una conciliazione nella storia dell'arte. Esaminiamo la situazione di Firenze nel Quattrocento, non prima di un breve *excursus* sulla concezione del denaro nei secoli. L'aspetto negativo del denaro è rilevato già in epoche remote: se Sofocle asseriva che non c'è nulla di peggio del denaro, la mentalità medioevale è segnata da una concezione ambivalente, derivante certo dalle

parole evangeliche “non potete servire Dio e il denaro” . Da una parte il Carme 11 dei *Carmina Burana* (intorno al 1230) recita “Il denaro è il re assoluto”, dall'altra la Chiesa stigmatizzava la ricchezza accumulata grazie all'usura, peccato gravissimo poiché attraverso di essa l'uomo si trasforma in ladro, pronto a vendere l'intervallo di tempo che passa tra il prestito e il suo rimborso con l'interesse. L'usuraio, come ben illustra il dipinto di Marinus Van Reymerswaele (fig. 5), fa dunque commercio del tempo che appartiene solo a Dio, mentre la Bibbia impone all'uomo di guadagnarsi da vivere con il sudore della fronte: l'usura non è lavoro, ma furto. “La priorità del lavoro sul capitale” è quindi alla base della dottrina della Chiesa a partire dall'affermazione di San Tommaso d'Acquino: “il denaro non genera denaro” fino ai giorni nostri, dall'enciclica *Labor Exercens* alla recente *Caritas in Veritate*, passando attraverso la *Rerum Novarum*.

Fig. 5 (pagina seguente): Marinus Van Reymerswaele, *Gli Usurai*, Museo Stibbert, Firenze



Il termine “usura” stava dunque ad indicare nel Testamento l’“interesse”: ampio fu il dibattito etico, economico, prima filosofico e poi soprattutto teologico, circa la liceità del *fenus*, vale a dire appunto dell’interesse. Infine il diritto canonico bollò come illecita ogni pratica usuraia e nel 1179 il Concilio Laterano III emanò un decreto con il quale si negava sepoltura cristiana agli usurai; nel 1274 il Concilio di Lione confermò l’ordinanza.

Tuttavia nel panorama medioevale non è possibile non considerare la polemica francescana, feconda di riflessioni sul ruolo non solo del denaro ma della figura del mercante duecentesco. In un panorama centro italiano dominato da comuni in costante lotta fra loro, ma anche da solerti mercanti pronti ad affrontare lunghi e pericolosi viaggi per scambiare le proprie merci nei mercanti degli altri paesi europei, come il padre dello stesso Francesco (ricordiamo che, secondo la leggenda, Pietro avrebbe voluto chiamare così il figlio in omaggio al paese che l’aveva tanto arricchito, la Francia appunto), il Santo di Assisi rappresentò un momento di forte rottura nella vita della Chiesa e della società. Imperversava la guerra agli eretici di varie sette, accomunati dallo stesso desiderio di restaurare nella Chiesa la povertà predicata da Cristo, di tornare all’insegnamento evangelico vissuto “alla lettera”. Spesso l’affermazione del proprio credo sfociava in rivolte sanguinose, stroncate con violenza. Francesco intuì che la riforma in direzione di una rivalutazione della povertà andava condotta attraverso una predicazione itinerante e pacifica: la “vita secondo il Vangelo” non andava imposta, ma proposta come fonte di gioia. Il successo fu immenso e le sue ragioni vanno in parte ricercate in rapporto alla concezione del denaro: la società medioevale, risvegliandosi dal torpore anche economico dei secoli dell’alto Medioevo, aveva generato quelle figure di mercanti intraprendenti di cui si è parlato sopra, i quali introducevano nella mentalità l’idea che il tempo fosse denaro, non dono di Dio, che le ricchezze acquisite con fatica fossero da spendere unicamente per il proprio benessere, non per quello della società intera, infine che tutto, anche i rapporti umani, fossero funzionali all’arricchimento. Contro tale degenerazione e

tale stortura si scagliò Francesco con la sua scelta radicale, nel tentativo di ricondurre il denaro, “sterco del diavolo”, alla sua corretta funzione: non parametro sovrano dei valori esistenziali né fonte di arricchimento fine a sé stessa, ma bene da mettere a disposizione della collettività. Anche nei tempi attuali è stato permesso che la speculazione avesse la priorità sul lavoro a dispetto non solo del buon senso ma dell'insegnamento degli economisti classici, da Adam Smith a David Ricardo.

Torniamo ora al Quattrocento e alla domanda che da secoli assillava i cristiani: com'è possibile meritare il Paradiso senza rinunciare alle proprie ricchezze? Anche Cosimo de' Medici pose l'interrogativo a Papa Eugenio, suo cliente che soggiornava a Firenze, ed egli pare rispose “Investendo diecimila fiorini nel restauro del convento di San Marco”. Così fu fatto e Cosimo ottenne la bolla papale che lo assolveva da tutti i suoi peccati. Già nel 1302, del resto, gli Scrovegni, noti usurai padovani, commissionarono a Giotto l'incarico di affrescare la cappella di famiglia al fine di ottenere il perdono e l'assoluzione, regalandoci così uno dei capolavori assoluti dell'arte italiana. E Giotto fu così messo in condizione di dimostrare tutta la sua capacità innovativa poiché come affermò Cennino Cennino “rimutò l'arte del dipingere di greco in latino e ridusse al moderno”. Non solo l'arte, tuttavia, ma anche un'invenzione di carattere finanziario riuscì in qualche modo a eludere il grave peccato di usura: con l'introduzione della lettera di cambio si faceva passare un prestito con interesse per un cambio di monete in valute diverse, appoggiandosi ad una rete di filiali bancarie dislocate su piazze diverse e lontane. Tuttavia la perdita subita dal creditore in caso di mancata restituzione del credito, il “danno emergente”, e il “lucro cessante”, cioè il guadagno che il creditore non conseguiva in seguito al non utilizzo del denaro, ponevano comunque per Tommaso d'Acquino le premesse per inserire l'applicazione del tasso di interesse fra i contratti leciti.

Nonostante il dibattersi della questione nel corso dei secoli, certo è che nel Quattrocento la ricchezza iniziò ad essere investita in opere d'arte che, sempre più numerose, andarono ornando le dimore private fioren-

tine appartenenti ad un ceto dirigente, soprattutto di origine mercantile, che vide nella committenza artistica una fonte di prestigio nell'ambito di una società aperta e dinamica. Il dotto mercante si sentì erede diretto e ideale della virtù e della sapienza degli antichi, si circondò di opere di una bellezza tale da commuovere e stupire ancora oggi a distanza di secoli. Mai blocchi di pietra furono squadrati e levigati con tanta maestria e perfezione, mai le chiese furono istoriate con affreschi di Paradiso tanto sublimi. Come avvenne esemplarmente nel caso della famiglia Medici, attività bancaria e arte furono strettamente legate, sostenendosi a vicenda: Firenze rappresentò l'anello di congiunzione fra economia e arte. Certo a questi "uomini d'affari" era ben chiara la differenza fra investimenti produttivi e improduttivi, tuttavia erano disposti a impiegare denaro in opere non redditizie, come le opere di carità e le opere d'arte stesse. Queste ultime diedero inoltre lustro e prestigio alle famiglie che le finanziavano: nella Firenze del XV secolo i mercanti-banchieri dirigevano vere e proprie aziende polivalenti, rendendo la loro città centro della finanza internazionale, con una spiccata vocazione al lusso e all'eleganza. Circondati da tanta bellezza, questi uomini diedero vita ad un delicato e fragile connubio tra attività finanziaria e cultura, godendo di un'aura di rispettabilità che li poneva ben al di sopra degli altri operatori del settore.

Del resto in età altomedioevale la figura del mercante era ambivalente: apprezzato da una parte perché svolgeva un ruolo sociale necessario, dall'altra godeva di scarso prestigio appunto a causa del continuo lucrare, invisibile alla nobiltà e alla Chiesa. Poi, nei secoli del basso Medioevo, la figura del mercante si mutò in simbolo di libera iniziativa e di amore per il rischio, contribuendo a smantellare le strutture e la mentalità feudali e aprendo la via alla nascita dello "spirito borghese". Non si può dire dunque che fosse del tutto originale la personalità del mercante come tipo, ma senz'altro nuovo fu il prestigio che venne sempre più accompagnando la sua presenza nei comuni, il suo dinamismo. Venne gettato così il seme non solo del liberalismo economico ma di una etica

diversa, l'etica del denaro, in opposizione alla morale cristiana, alla filosofia patristica, alla scolastica.

Se l'arricchimento delle maggiori famiglie fiorentine non può spiegare da solo il fiorire di commissioni artistiche, tuttavia rappresentò un motore indiscutibile: nacque una nuova concezione etica, quella di investire denaro privato al fine di offrire opere d'arte alla gloria di Dio, donandole al contempo alla città e ai suoi cittadini. Una concezione generosa e lungimirante del mecenatismo. La bellezza non fu dunque solo figlia del denaro, ma anche madre del pensiero che regala ammirazione, stupore, spazi di libertà e senza la quale il cinismo e la deriva morale hanno il sopravvento.

Nel viaggio la strada che percorriamo si fa metafora del ciclo esistenziale, dell'incontro con qualcuno o qualcosa. È la vita vera che giorno per giorno si fa storia con un'inedita e creativa combinazione di idee già conosciute e forti innovazioni in sintesi originale di memoria e futuro.

RINASCIMENTO

Il termine "Rinascimento" venne coniato nel 1855 dallo storico francese Jules Michelet che lo impiegò come titolo della sua opera *L'age de la Renaissance*, facente parte della *Storia di Francia*. L'autore definì il Rinascimento come l'età della "scoperta del mondo e dell'uomo", parlando poi della rinascenza della cultura, frutto di elaborazione intellettuale, ma anche della rinascenza di una coscienza civica e di un senso politico partecipativi, distanti dall'ineluttabile imposizione di potere medievale, della rinascenza delle arti e delle scienze, strumenti d'indagine della realtà e di libera espressione, della rinascenza dei mestieri, viatico di emancipazione e di mutamenti sociali. Anche gli Illuministi sottolinearono con vigore il carattere profondamente rivoluzionario dell'Umanesimo e del Rinascimento: d'Alambert, ad esempio, nel discorso preliminare

dell'*Enciclopedia* rivendicò all'Italia il ruolo di culla della civiltà e delle arti, fondando il "mito del Rinascimento".

Fu poi Jacob Burchardt nel celebre volume *La civiltà del Rinascimento in Italia* a parlare di Rinascimento come fase di transizione tra Medioevo e età moderna, caratterizzata dalla costituzione degli Stati Nazionali, dalla Riforma protestante, dalle rivoluzionarie scoperte geografiche, dalla divisione dell'Europa nei due blocchi cristiano e mussulmano.

Tuttavia già Giorgio Vasari nelle *Vite de' più eccellenti architetti, pittori et scultori italiani, da Cimabue insino a tempi nostri* aveva parlato genericamente di "rinascita" come di un periodo compreso tra le esperienze di Giotto e Michelangelo: affermandosi con Masaccio, Donatello e Brunelleschi, tale stile si liberava dapprima delle forme greco-bizzantine per tornare a quelle latine, e poi trovava il suo culmine in Michelangelo, capace di superare gli antichi stessi. Si tratta dunque di una delle poche "etichette storiografiche" nate contemporaneamente all'epoca che individuano, nonostante sia difficile definire con precisione un termine di anni: al solito si definisce Rinascimento la stagione che va dalla seconda metà del XIV secolo fino a comprendere tutto il XVI.

Fu un'epoca di grandi cambiamenti, che portarono ad una nuova concezione dell'individuo e del mondo sviluppando le idee sorte con l'Umanesimo specie in ambito letterario nel XIV secolo: quelle idee si andarono integrando nelle varie discipline, fino a toccare le arti figurative e anche la vita quotidiana. Fra Umanesimo e Rinascimento vi è inoltre una sostanziale rispondenza di significati, benché ciascuno abbia mantenuto una propria valenza semantica. Se infatti l'Umanesimo quale forza generatrice del Rinascimento era già in atto verso la metà del Trecento, grazie al movimento che andava creando acquistò a sé non solo tutta l'Italia ma quasi l'intera Europa due secoli dopo. L'Umanesimo consistette innanzi tutto nel tentativo di "recuperare" la classicità nella sua correttezza filologica: a uomini come Francesco Petrarca, definito "preumanista", non importava solamente ritrovare i testi classici nelle biblioteche dei vari monasteri nei quali erano stati copiati, spesso in modo non corretto; importava soprattutto ricondurre il testo alla forma

nella quale era stato concepito, eliminando gli errori che i copisti medioevali avevano lasciato. Non si trattava di un mero culto della forma perfetta, ma di un tentativo di recuperare il contenuto del testo classico così come l'autore l'aveva concepito, senza più avvertire la necessità, profondamente medioevale, di cancellare ogni traccia di riferimento pagano. Così gli Umanisti iniziarono a confrontarsi con il mondo classico senza più avvertire quel senso di inferiorità che faceva sentire i medioevali "nani sulle spalle di giganti", secondo la celebre definizione di Bernardo di Chartres.

Fu però durante il Rinascimento che questi concetti vennero approfonditi e portati a compimento, anche grazie all'evoluzione delle conoscenze, tanto da permeare i nuovi ruoli e i nuovi codici istituzionali. Al contrario nel Medioevo:

Nel medioevo i lati della coscienza [...] se ne stavano avvolti in un velo comune. Il velo era tessuto di fede, d'ignoranza infantile, di vane illusioni: veduti attraverso di esso, il mondo e la storia apparivano rivestiti di colori fantastici, ma l'uomo non aveva valore se non come membro di una famiglia, di un popolo, di un partito, di una corporazione, di una razza o di un'altra qualsiasi attività.

L'Italia fu il primo luogo in Europa in cui questo velo venne squarciato: una vera rivoluzione culturale mutò i parametri della civiltà, i rapporti tra filosofia, arte e letteratura si fecero strettissimi, la pittura in particolare costituì un nesso organico tra parole e immagini decisivo. Infatti la filosofia, fino a quel momento relegata nell'ambito universitario e declinata secondo i rigidi canoni della scolastica, si diffuse nelle corti presso un pubblico pur sempre limitato ma diverso: il filosofo non interpretò meramente il ruolo di commentatore, ma divenne innovatore del pensiero, anche grazie alla riscoperta dei testi classici della quale abbiamo detto. Al dominio assoluto di Aristotele subentrò l'interesse per la dottrina platonica delle idee, il che fu possibile certo per il gran numero di testi che si andavano traducendo e per la mutata mentalità che non

tendeva più a stigmatizzare come eretiche le nuove istanze dei pensatori.

Gli artisti, dal canto loro, avvertirono immediatamente l'intimo legame dell'arte con la scienza e l'aiuto che la tecnica scientifica poteva dare alla realizzazione delle loro opere. Così, scrive Argante Ciocchi:

Ai figli dei rudi capitani d'industria della Firenze mercantile abituati a districarsi nell'agitato mare dell'economia europea, la cultura del primo '400, quel mondo di immagini teso ad ascoltare le certezze della ragione e le crudezze della vera realtà, non potevano comprensibilmente più bastare. A questa nuova generazione educata da raffinati precettori, addestrati fin da giovanissimi ai piaceri delle arti, che avevano visto durante i viaggi d'affari con i loro padri, l'aristocratico mondo delle corti settentrionali, l'Antico non poteva più rappresentare solo l'ovvio mondo del dovere, delle virtù e dell'amor di patria, dell'avventura e dell'evasione nella fantasia del mito. Occorrevano "nuovi antichi", sempre antichi ma meno rigidi, meno astratti, meno perentori, non morti ma più vicini e incredibilmente vivi e seducenti. Le sirene dell'Ellade che i giovani rampolli delle grandi casate nati attorno al 1400 avevano scoperto essere così vicine e così vive.

La conquista di Costantinopoli da parte degli Ottomani determinò poi la diaspora degli intellettuali che si riversarono in gran numero nel nostro paese, insegnando il greco a Firenze, Ferrara, Napoli e Milano. Furono visibili e consultabili preziosi testi appartenenti agli intellettuali d'Oriente, fascinosi tanto quanto i codici, vergati negli antichi caratteri greci, confluiti da ogni dove grazie ai tanti studiosi bizantini greco parlanti, venerabili sapienti quasi rinati Magi. Le biblioteche cittadine si arricchirono enormemente di fonti poetiche, storiografiche, scientifiche, filosofiche, alle quali avevano attinto già gli antichi latini. Il passato classico non fu più solo imitato ma rielaborato come esempio e fonte di ispirazione per nuove creazioni. La percezione antica dell'uomo come individuo, soggetto unico in grado di autodeterminarsi e di coltivare le proprie doti, arte-

fice di sè stesso e della propria vita, in grado di valorizzare tutte le sue potenzialità e di accrescere la propria dignità, si fece strada nella mentalità dei contemporanei.

Ben altro furono le idee rinascimentali applicate alla pratica politica. Dice bene Eugenio Garin nel volume *La cultura filosofica del Rinascimento italiano. Ricerche e documenti*:

Di fatto la vita e la storia erano in quel 400 così ricco di documenti della grandezza dell'uomo, veramente tragiche in un'Italia corsa da guerre, insanguinata da congiure, con i suoi capitani di ventura, con le sue fosche figure di pontefici, con la sua diplomazia sempre più sottile ed astuta [...] mentre i suoi centri maggiori vedevano sgretolarsi i propri imperi e inaridire le proprie sorgenti di ricchezza.

La società italiana allora all'avanguardia sul piano artistico, scientifico e letterario in tutta Europa, quell'intellettualità italiana che seppe far tanto avanzare il pensiero fuori dal dogmatico immobilismo del mondo religioso medievale, non riuscì poi a realizzare nei propri confini quello Stato unitario che altri paesi europei seppero invece costruire in sintonia con le necessità della storia. La cultura umanistica tradì i suoi intenti civili proprio nella terra in cui ebbe origine per svolgere invece fuori di essa, nell'Europa degli Erasmo e dei Montaigne, la sua lezione più feconda.

È dunque nel campo dell'arte che il Rinascimento portò a compimento i propri intenti: l'amore per il bello e per l'armonia del cosmo furono il presupposto di innumerevoli opere d'arte non solo a Firenze. In ambito fiorentino certo gli artisti impostarono gli schemi di prospettiva basandosi sull'ottica di Euclide e sui lavori dei matematici medioevali, Brunelleschi per primo insegnò la prospettiva matematica e la trasmise a Masaccio e Donatello. Insomma furono le intuizioni neo-pitagoriche e neo-platoniche risorgenti negli anni del Rinascimento che definirono le basi della pittura per i maestri del Quattrocento: l'ordine prospettico, la proporzione e la misura delle linee e delle superfici realizzate secondo regole geometriche. Di qui si svilupperà anche lo studio del corpo uma-

no e quindi dell'anatomia. La prospettiva all'italiana è lineare, astratta e costringe le forme in una rete di linee rette che terminano in un punto come potrebbe fare una ragnatela: un filo rosso venne intessuto, a legare tra loro il concetto di prospettiva formulato da Brunelleschi, la scultura di Donatello e Ghiberti, l'arte di misurare con la vista dei maestri d'abaco, la cartografia Tolemaica, riscoperta a Firenze alla fine del secolo precedente, e la scienza meccanica che nel cantiere della cupola del Duomo fu oggetto di ammirazione per generazioni di artisti, tecnici ed ingegneri. Il filo rosso è appunto la "misura" intesa sia come forma concettuale della nuova idea di bellezza, fondata sul linguaggio delle proporzioni, sia come unità geometrica per il controllo della forma, della forza e dei pesi.

"Piacemi il pittore sia dotto in quanto possa in tutte le arti liberali ma imprima desidero sappi geometria" scrisse Leon Battista Alberti: ma per ottenere questo risultato fu necessario affrancare la pittura, la scultura e l'architettura dalle arti meccaniche, obiettivo perseguito non solo dall'Alberti ma anche da Piero della Francesca e da Leonardo, i quali tutti favorirono l'ascesa intellettuale delle discipline artistiche e al contempo assegnarono all'artista un ruolo sociale in grado di distinguere dal "vile meccanico". Non furono più sufficienti lo studio presso le scuole d'abaco e l'apprendistato compiuto nelle botteghe, divenne invece necessario approfondire gli studi di geometria, connessa alla teoria delle proporzioni e alla prospettiva. Non a caso Leon Battista Alberti si fregiò del titolo di uomo "universale": in lui l'Umanesimo inteso come sapere eversivo nei confronti dei parametri tradizionali assunse una tale energia e una tale ricchezza di prospettive da indicare quasi tutti i possibili esiti, anche in contrapposizione fra loro, cui questa cultura poteva pervenire per sfociare poi nel grande movimento illuminista.

Si attribuisce alla prospettiva il preciso compito di determinare le regole tecniche onde costruire un disegno esatto, quando siano dati l'oggetto e la posizione dell'occhio. Per assolvere a tale compito v'è innanzitutto bisogno di una buona conoscenza della geometria classica,

ma occorre poi superarla, inoltrandosi in quel campo di indagine specifica che oggi porta il nome di geometria descrittiva. Sebbene la visione sistematica di questa disciplina sarà elaborata solo alla fine del Settecento da Gaspard Monge, tuttavia se ne introdussero già in epoca rinascimentale alcune nozioni fondamentali e alcuni metodi caratteristici, adoperati per altro con grande perizia. In tal modo si riuscì a dipingere e a progettare opere in grado di soddisfare il gusto diffuso, basato sull'imitazione originale delle antiche realizzazioni classiche. Tale passione per la purezza geometrica, che si traduce in esattezza di proporzioni, in armonioso equilibrio delle parti entro il tutto, dimostra come la concezione artistica e quella scientifica si fossero integrate compensandosi, senza alcuna frattura. E questo rappresenta uno dei più alti raggiungimenti del Quattrocento: il mondo umanistico, inizialmente diffidente nei confronti del rigore geometrico, maturò una nuova disposizione d'animo verso la matematica di cui bisognava ormai riconoscere l'apporto essenziale alla stessa creatività artistica.

La matematica dunque aveva rivelato il proprio valore, non tanto dal punto di vista dell'astratta filosofia come espressione della divina armonia dell'universo, quanto da quello dell'applicazione, nella veste di elemento indispensabile all'*homo faber* per ideare e realizzare le più belle costruzioni di cui era capace. La consapevolezza del legame intercorrente tra scienza e arte, fondamentale per la riconquista di una profonda, concreta, unità della cultura, è la stessa che dovrebbe animare i rappresentanti della cultura oggi definita umanistica e di quella scientifica: due culture che regalano all'uomo visioni complementari e non contrapposte del mondo. Sebbene entrambe abbiano messo a punto nel corso dei secoli un lessico e metodi adatti a descrivere il mondo da punti di vista differenti, sebbene entrambe abbiano fornito interpretazioni diverse della realtà, entrambe sono frutto di un pensiero altissimo, e la matematica rappresenta la disciplina atta a dimostrare la compatibilità fra scienza ed arte in quanto fornisce ad ambedue uno strumento comune per esprimerne degli aspetti essenziali.

“Rinascimento” è dunque una categoria della mente, grazie alla quale l’artigiano del cervello diventa artista e l’uomo viene concepito come individuo unitario anche sotto il profilo culturale poiché la scissione fra le due culture non si è ancora attuata. La formazione, pur fondandosi sulle discipline umanistiche, non si ferma ad esse: va costruito attraverso la cultura un uomo inteso come *civis*, cittadino, come scrive Vasari: “Il risveglio culturale è innanzitutto una rinnovata affermazione dell’uomo, dei valori umani, nei vari campi delle arti alla vita civile”. Si tratta di educare un uomo dai molteplici interessi e dall’intelligenza inquieta e versatile, un intellettuale che dia prestigio al principe, palesandosi una serie di nuove necessità e problemi non avvertiti in precedenza, secondo le parole di Ugo Dotti:

Entrava infatti in gioco, uno dei problemi più interessanti e difficili dell’età moderna: quello del rapporto fra mondo politico [tecnicamente politico] e mondo dell’intelligenza. In una parola: tra potere e intellettuali con la questione degli inevitabili condizionamenti del primo sui secondi.

Certo il Rinascimento ha rappresentato il secolo d’oro della nostra storia, il momento in cui l’Italia ha davvero cambiato il mondo, non con l’uso delle armi ma attraverso la cultura, l’arte e la scienza. Ha riportato alla luce le arti liberali prima quasi estinte: la grammatica, l’eloquenza, la pittura, l’architettura, la scultura e la musica. Non a caso Voltaire nel *Saggio sui costumi e sullo spirito delle nazioni* del 1756 attribuirà alla Firenze di Lorenzo il Magnifico l’appellativo di “nuova Atene”, riconoscendo in essa l’inizio dell’età moderna, originata dalla diffusione delle idee e dei testi di intellettuali ed artisti qui giunti profughi da Costantinopoli caduta in mano turca il 28 maggio 1453.

Alla notizia della presa della capitale d’Oriente, l’Europa fu presa dallo sgomento, come scrisse il Cardinal Bessarione in una lettera a Francesco Foscari, Doge di Venezia: “Una cosa terribile a dirsi e da deplorarsi da quanti hanno in sé un barlume di umanità, e specie dai cristiani”. La

cultura classica cacciata dalla sua sede orientale trovò rifugio in Italia, producendo straordinari frutti.

“Se vuoi sapere quanto buio hai intorno devi aguzzare lo sguardo sulle fioche luci lontane” così Marco Polo parla al Kublai Khan nel racconto di Italo Calvino, misurando bene le parole che aprono la strada ai cambiamenti. Ma bisogna saperle vedere, le fioche luci lontane, saper capire la forza leggera di una visione, di un sogno, d’una speranza. Fra Luca Pacioli seppe vedere.

PARTE II

Nel clima culturale tratteggiato nella prima parte del volume, e nel conseguente divenire storico, si inserisce la figura di Luca Pacioli, personaggio rappresentativo del suo tempo che ha dato un contributo rilevantissimo all'edificazione della scienza moderna.

Fu un uomo di cultura che sentì il dovere di proporre soluzioni ai problemi connessi a diversi aspetti operativi ma che allo stesso tempo comprese come la cultura dovesse costituire il fondamento di tali soluzioni.

I due ambiti dei dotti e dei tecnici non potevano più essere considerati disgiunti: con le sue opere Pacioli ci permette di comprendere le dinamiche culturali che caratterizzarono la civiltà del Rinascimento.

FRA LUCA PACIOLI

Luca Pacioli nacque a Borgo San Sepolcro attorno all'anno 1445 da famiglia modesta. Frequentò con ogni probabilità la scuola d'abaco del paese natale per poi entrare nell'ordine francescano e dedicarsi agli studi teologici. A San Sepolcro conobbe e frequentò Piero della Francesca, già adulto quando nacque Pacioli che lo definì "monarca a li tempi nostri de la pictura". Giovanissimo, nel 1464 si trasferì a Venezia dove soggiornò in casa della famiglia ebraica dei Rompiaci in qualità di istruttore dei tre figli per i quali compose nel 1470 un trattatello di aritmetica ed algebra a scopo didattico oggi perduto. Certo durante il periodo veneziano, Pacioli ebbe modo di frequentare le lezioni di Domenico Bragadino, pubblico lettore di matematica della Repubblica alla scuola di Rialto, e di Paolo della Pergola. Ma soprattutto frequentò la "giuderia" e accompagnò Rompiaci nei suoi viaggi d'affari, entrando in contatto con l'ambiente degli "uomini pratici", vale a dire dei commercianti, dei ragionieri e dei lavoratori d'ogni genere. Le conoscenze matematiche acquisite dal Bragadino, unitamente a quelle computistiche e quelle relative alla tenuta dei libri contabili, costituirono un'esperienza formativa che sarà fondamentale per tutta l'attività scientifica e pratica di Pacioli.

Tra il 1470 e il 1471 al tempo del pontificato di Paolo II, al secolo Pietro Barbo, Pacioli visse a Roma ospite di Leon Battista Alberti e conobbe il pittore Melazzo da Forlì che era stato allievo di Piero della Francesca. Nel triennio 1472-1474 fu a Urbino, dove si trovavano anche Bramante, Francesco di Giorgio Martini e Piero della Francesca, per poi tornare a Venezia nel 1494, per seguire la stampa a caratteri mobili della sua opera in volgare *Summa de aritmetica geometria proporzioni et proporzionalità*, dedicata a Guidobaldo Duca d'Urbino, presso la tipografia di Paganino de' Paganini. La stampa fu finanziata dal patrizio veneto Marco Sanuto. Due anni dopo Pacioli venne chiamato a Milano da Ludovico il Moro che gli conferì l'incarico per l'insegnamento pubblico della matematica: in segno di riconoscenza il francescano dedicherà al Moro il trattato *De divina proportione*, terminato nel 1498 e custodito presso la biblioteca Viscontea-Sforzesca. La sconfitta del Duca da parte dei francesi indusse Pacioli e Leonardo ad allontanarsi da Milano, diretti prima a Mantova nell'estate del 1499, quindi a Venezia, infine a Firenze già alla fine del 1499.

In un lungo peregrinare, il matematico, dopo avere tenuto lezioni nelle Università di Bologna, Pisa e Pavia, nel 1508 tornerà a Venezia per curare la stampa del *De divina proportione*, approntato nel 1509 ancora a cura dell'editore Paganino de' Paganini, e per tenere un corso di lezioni su Euclide. Nominato professore a Perugia nel 1510, quattro dopo fu chiamato a Roma da papa Leone X e qui ritrovò l'amico Leonardo da Vinci. Morì nel 1517 e fu probabilmente sepolto a San Sepolcro.

CONTABILITA'

La contabilità riguarda in qualche modo tutte le attività umane che abbiano origine economica e ha per oggetto delle grandezze quantificabili che debbono essere ricordate e tenute in considerazione. La tenuta dei conti relativamente ai beni è anteriore alla scrittura: se ne trova infatti traccia già nella Mesopotamia di 8.000 anni fa. Si utilizzavano allo sco-

po delle tacche, vale a dire delle incisioni, oppure delle corde con nodi (nel modo comune anche agli Incas denominato *quipus*). I primi registri contabili in forma scritta sono dunque costituiti da migliaia di tavolette di argilla con inserzioni in caratteri cuneiformi elaborati risalenti al quarto millennio prima di Cristo. L'assenza della numerazione araba non fu un ostacolo per lo sviluppo di una contabilità evoluta e neppure per definire il metodo detto della "partita doppia". Inoltre, anche quando la numerazione araba venne diffusa in Occidente, nei registri contabili si continuò ad annotare le quantità con i numeri romani fino agli inizi del XVII secolo, poiché si riteneva che le quantità espresse in numeri arabi fossero più facilmente manipolabili e falsificabili rispetto a quelle espresse in numeri romani. Inoltre l'uso della numerazione romana era imposto dalle Corporazioni delle Arti e Mestieri ai loro associati.

Il termine "contabilità" è l'unico sinonimo dell'intraducibile "ragioneria". Certo è che all'inizio del 1200 la conoscenza dell'aritmetica era molto limitata: gran parte della popolazione non sapeva neppure fare le quattro operazioni elementari e l'uso della numerazione romana costituiva certamente un freno alla conoscenza e allo sviluppo dell'aritmetica. Il supporto della scrittura era costituito da rare e costose pergamene, pelli di animali opportunamente lavorate, il cui acquisto e possesso rappresentava un lusso al punto che gli stessi copisti nei monasteri spesso raschiavano le pelli per eliminare uno scritto e per riutilizzare così il medesimo foglio. Questa ragione, unita al fatto che in numerose parti d'Italia lo scambio era costituito prevalentemente dal baratto, limitò la diffusione della contabilità: quando però nel XIII secolo la situazione socio economica divenne meno precaria, l'evoluzione ebbe luogo, innanzi tutto a Genova dove i Massari del Comune nel 1340 tennero la prima contabilità in partita doppia, seppur con importi ancora espressi in numeri romani.

Nel XIII secolo inoltre l'introduzione della carta e la fondazione della prima cartiera italiana a Fabriano, tutt'ora esistente, resero disponibili dei registri contabili il cui uso si diffuse nel secolo successivo: nacquero in tal modo il "Libro giornale" e il "Mastro", con i quali il metodo della parti-

ta doppia entrò stabilmente nella contabilità aziendale. Molti sono i libri contabili in scrittura doppia compilati nei secoli XIV e XV oggi conservati nelle biblioteche fiorentine e in particolare presso l'Archivio di Stato: si tratta solitamente di testi catalogati come "libri di commercio" o "libri di dare e avere" o anche "libri di debitori e creditori", appartenenti a notissime famiglie di mercanti, banchieri e nobili. Analoga ricchezza di documenti si trova negli Archivi di Stato di Genova e di Venezia.

La contabilità deve essere innanzi tutto razionale. Nel XV secolo il metodo della partita doppia venne applicato ed insegnato in base a regole ben note ai ragionieri: infatti il più antico Libro Mastro pervenuto in partita doppia è il Quaderno, che in veneziano significa Mastro, della Fraterna Soranzo del 1406. Altrettanto importanti sono il Quaderno di Giacomo Badoer, mercante veneziano, compilato tra il 1436 e il 1439 mentre l'autore si trovava a Costantinopoli, e i registri superstiti dell'azienda Andrea Barborigo, che offrono un primo esempio di Giornale a noi pervenuto (1430-1440). Se la lingua utilizzata a questa altezza cronologica era il volgare veneziano, i pochi registri precedenti vennero compilati in latino.

La corretta tenuta della contabilità permetteva al mercante di ottenere una perfetta uguaglianza tra la "summa summorum" del Dare e quella dell'Avere, e tuttavia questa non era ancora la Partita Doppia, che prevede invece l'uso della doppia registrazione addebiti uguali accrediti come mezzo di verifica e di correzione degli errori, peraltro al solito assai numerosi. La genialità dell'invenzione consiste proprio nel suo essere insieme strumento di verifica. Nel Quattrocento a Venezia venne anche introdotto l'uso del Libro Giornale, fondamentale per dare una data certa alle registrazioni e un valore di prova ai libri contabili in caso di controversie giudiziarie. Peraltro è possibile che a Venezia circolassero appunti di lezioni od esercitazioni svolte, ma certamente nulla che potesse somigliare all'opera di Pacioli.

Anche in altre parti d'Italia esistevano importanti tradizioni contabili: a Milano e in Lombardia, ad esempio, la contabilità analizzata da Tommaso Zerbi si presenta nella forma definita da un editto del 1197 dei Con-

solì del Comune di Milano che obbligava a registrare i debiti e i crediti in registri a sezioni divise detti *tabulae*, compilati in latino. L'amministrazione dei territori dominati dai Visconti nel periodo 1350-1420 era tenuta in latino con il metodo tabulare e l'omogeneità della tenuta fa presupporre l'esistenza di scuole di contabilità; il metodo, del resto, era estremamente simile a quello genovese e denotava un'origine comune. Tuttavia anche a Milano nel secolo XVI finì per prevalere il metodo veneziano, considerato più razionale. La maggior parte degli antichi registri contabili risalgono al XIII secolo e provengono dalla Toscana: essi presentano caratteristiche differenti rispetto a quelli del Nord Italia, ad esempio sono redatti in volgare e mai in latino, nemmeno nei casi più vetusti. La forma dei conti è differente rispetto a quelle di cui abbiamo precedentemente trattato e venivano usati diversi registri a seconda dei vari scopi per i quali erano utilizzati.

PACIOLI E LA PARTITA DOPPIA

Nel trattato XI della *Summa* intitolato *Tractatus de computi set scripturis* Pacioli introdusse in forma strutturata il "meccanismo della partita doppia", peraltro, come detto, non sconosciuto in precedenza. Si tratta di venticinque pagine, suddivise in trentasei capitoli dove vengono elencati i tre fondamentali requisiti per poter gestire "gli affari": possedere *cavedal* cioè capitale, essere "buon ragioniere e prompto computista", che significa avere abilità e competenza negli affari e nel tenere i conti, disporre debitamente "con bello ordine tutte sue faccende", concetto che ribadisce l'essenzialità dell'ordine nel tenere le scritture. Tale ordine sottintende anche un aspetto etico: "da come un uomo tiene la sua contabilità si deduce il suo carattere e la sua morale" si è affermato in varie epoche e certo i rapporti tra mondo economico-finanziario ed etica andrebbero oggi riconsiderati.

L'ordine infatti, secondo Sant'Agostino, costituisce la struttura e il fondamento stesso dell'essere. E' bene per l'uomo vivere secondo l'ordine delle cose sia per sè stesso sia per la collettività.

Il *Tractatus* è la prima opera a stampa dedicata a questa problematica in maniera ampia e completa. Ispirato più a precetti pratici che a regole teoriche, specifica innanzi tutto il significato dei termini "Dare", "Avere", "Bilancio" e "Inventario".

La partita doppia è un tipico metodo dicotomico con una portata logica generale, fondato su quattro semplici regole. Per la sua efficienza operativa nel favorire l'annotazione dei conti e nel rendere agevole la gestione dei primi sistemi contabili, evitando o evidenziando gli errori formali di rilevazione in un contesto economico dominato dall'abaco, il metodo della partita doppia fu subito apprezzato per la sua relativa efficienza e si diffuse, seppur lentamente, tra i mercanti italiani col nome di "metodo vinigiano" perché accolto con favore dai mercanti veneziani e dallo stesso Pacioli chiamato "modo di Vinegia". Con tale nome fu poi conosciuto il metodo della partita doppia in tutta Italia. La tenuta dei conti in tale modo comprende due parti principali: l'Inventario, a cui sono dedicati i capitoli 2, 3 e 4, e la Disposizione, che riguarda i capitoli successivi. In essi sono descritti i tre "libri principali del corpo mercantile che sono: memoriale, giornale e quaderno". I capitoli sono corredati da esempi pratici esplicativi. Il memoriale detto anche "squarta foglio" o "vaschetta" è un libro "nel quale tutte le faccende son el mercante piccole o grandi che a man li vengono e giorno per giorno e ora per ora iscrive" e non solo il padrone potrà annotare ma anche "li fattori", i garzoni, in assenza dell'altro. Si tratta quindi un registro di prima memoria dei fatti aziendali dove molti mettono mani e quindi non deve contenere l'inventario, che è documento segreto.

È invece il libro giornale quello "secreto" del mercante sul quale oltre all'inventario vi sono le scritture connesse alle operazioni di gestione che debbono essere formulate in modo abbreviato e con linguaggio tecnico. Dopo la stesura sul giornale, le partite vengono trasferite nel terzo registro, quello principale, detto quaderno o quaderno grande o

libro grande, e oggi denominato “libro mastro”, compilato in base alle regole fondamentali esposte nel quattordicesimo capitolo dove sono esplicitate le regole della partita doppia. Tali regole erano state apprese da Pacioli a Venezia, nel periodo iniziale della sua attività a casa del Rompiaci, grazie alla pratica quotidiana e alla familiarità con il mondo mercantile. Questa fu anche la ragione per cui il matematico inserì molti termini del volgare veneziano, come *cavedal* e *zornal*, nella sua opera che, tradotta nelle lingue principali del vecchio continente, si diffuse nell'ambiente dei mercanti europei.

Grazie a Pacioli la partita doppia venne teorizzata, staccandosi così dall'arte dell'abaco, cioè dal semplice calcolo, e dalla scrittura elementare: si può discutere se egli fu un divulgatore o un innovatore, ma certo resta il primo studioso ad aver dedotto la partita doppia dai fatti economici e ad aver teorizzato questo metodo divenuto universale come forma matematica applicata ad un contenuto caratterizzato dal sistema dei baratti, o degli scambi monetari. L'intuizione della ragioneria derivò dunque dall'aritmetica: di fatto a quei tempi l'operare concreto veniva già svolto attraverso la partita doppia, ma per necessità operativa e per intuizione, senza una base teorica che sarà trovata solo nell'ambito matematico. I tempi d'altronde erano maturi perché un uomo come Pacioli, dotato di preparazione e di conoscenze adeguate, inquadrasse l'azione dei soggetti economici che operavano già in una complessa economia monetaria di scambio a più monete, in una teoria quantitativa di valore specifico. Mai nessuno prima aveva capito e chiarito i nessi tra contabilità e matematica; nessuno aveva avviato il distacco dell'arte dell'abaco dalla rilevazione contabile.

La diffusione delle teorie del francescano non conobbe confini nel mondo occidentale: non a caso nel celebre ritratto di Thomas Cromwell realizzato da Hans Hoibein nel 1533, il protagonista appare seduto, con lo sguardo fermo e severo, fisso a scrutare qualcosa o qualcuno che si trova al di là dell'immagine dipinta, e tiene sul tavolo al suo fianco un elegante volume verde con le pagine dai tagli dorati, la *Summa* di Luca Pacioli. Del “tenere in ordine i libri contabili” era infatti insuperabile

esperto proprio Cromwell, figlio di un fabbro riuscito a diventare Ministro del Re d'Inghilterra Enrico VIII. La partita doppia è dunque al contempo forma e contenuto: come forma è un modello matematico generale ed universale utilizzabile per comprendere i fenomeni del mondo che abbiano il contenuto della dualità.

LA RAGIONERIA DOPO PACIOLI

Sebbene dovettero trascorrere secoli perché la rilevazione contabile assurgesse a disciplina sistematica, la partita doppia intesa come metodo dicotomico ideale per la rilevazione dei valori contrapposti che sorgono nei flussi economici e finanziari non era sconosciuta alla fine del Cinquecento. Al contrario poteva contare delle applicazioni in un certo qual modo evolute, pur non essendo ancora compiutamente delineato né il sistema della “sostanza”, della “materia” da rilevare, né la tipologia di azienda di cui controllare l'amministrazione della “sostanza”, né infine il quadro delle sintesi conoscitive cui il metodo, applicato alla “sostanza” sarebbe dovuto pervenire.

Una delle opere più rilevanti nell'ambito della ragioneria è *Della Mercatura et del mercante perfetto* di Benedetto Cotrugli, stampato a Venezia nel 1573 a cura di Francesco Patrizi, successivamente edito a Brescia nel 1602. L'edizione a stampa presenta differenze assai evidenti rispetto ai precedenti manoscritti particolarmente per quanto riguarda il XIII capitolo del primo libro che tratta dei tre principali libri contabili. Il testo trova il suo argomento principale nel comportamento morale del mercante e il suo fine nel formare il “mercante perfetto e compito”, intento raggiunto attraverso una formazione degna dell'*homo universalissimo*, dotato di ampie conoscenze e solide virtù morali. Egli dovrà saper bene e ordinatamente tenere le scritture, saper contrattare, “mercantare” e guadagnare.

Si può affermare che, circa un secolo dopo la stesura dell'opera di Pacioli, i principi in essa esposti, cardine di una moderna e ordinata con-

tabilità coniugati con l'efficienza delle rilevazioni, siano stati ben recepiti e diffusi: Angelo Pietra, ad esempio, si propose di introdurre un "metodo comune" capace di garantire alla trattazione un carattere generale che esulasse dal particolarismo riscontrato ne "l'uso di Roma, di Vinegia, di Genova e di altre particolari città", rifacendosi così al concetto di provincialismo del "metodo vinigiano" già presente nella *Summa* di Pacioli. Pietra è certo uno dei più importanti artefici del processo di teorizzazione della partita doppia grazie al suo testo *Indirizzo degli economi*, stampato a Mantova nel 1586 presso la tipografia del Duca e destinato ai "cellerari" che amministravano le sostanze dei monasteri. Qui vengono elencati i caratteri che deve presentare un buon ragionato: sufficienza, diligenza e lealtà, mentre l'ordine rappresenta l'insieme delle regole per una coerente iscrizione delle partite. I conti del Mastro non possono essere indicati alla rinfusa ma debbono essere ordinati secondo una logica che ne faciliti la ricerca ai fini della scritturazione: una corretta classificazione si pone dunque alla base di questa attività.

Nel corso dei secoli XV, XVI e XVII, la ragioneria ebbe un'evoluzione lenta e frammentaria, priva di seri studi sistematici e povera di opere. Tuttavia i pochi testi editi sull'argomento furono pietre miliari che costituirono la base per i successivi studi contabili, sebbene bisognerà attendere l'Ottocento per trovare analisi più consistenti.

GLI SCRITTI DI LUCA PACIOLI

DE DIVINA PROPORTIONE

Esistevano tre manoscritti del testo, redatto in volgare nel 1498 e stampato a Venezia nel 1509. Il primo, dedicato al Duca di Milano Ludovico Maria Sforza, è oggi conservato presso la Biblioteca Municipale e Universitaria di Ginevra, dove è pervenuto nel 1742 come dono del padre Ami Lullin che lo aveva a sua volta acquistato nel 1720 a Parigi con altri codici che appartenevano all'antiquario Petau. Considerato il manoscritto più importante, non è mai stato riprodotto a causa della

precaria condizione del supporto cartaceo, intaccato dall'azione di microrganismi: solo un paziente lavoro di "artigianato digitale" ha permesso una fedele ricostruzione sia del testo, sia dei poliedri disegnati da Leonardo da Vinci, sia infine delle splendide miniature che lo ornano. Il secondo manoscritto, dedicato a Galeazzo Sanseverino, capo dell'esercito del Duca e patrono del Pacioli, è conservato presso la Biblioteca Ambrosiana di Milano, in quanto fu uno dei dodici volumi che il Marchese Galeazzo Arconati donò all'Ambrosiana il 21 gennaio 1637. Il terzo, dedicato a Pietro Soderini, Gonfaloniere della Repubblica di Firenze, è andato perduto.

L'edizione a stampa, approntata dal tipografo Paganino de' Paganini, non corrisponde tuttavia a nessuno dei tre manoscritti: si tratta di un'edizione resa splendida dall'uso degli eleganti caratteri di Alessandro Paganini, elogiati dallo stesso frate come novità tipografica. Considerata la differenza tra il codice ginevrino, l'ambrosiano e il testo a stampa, gli storici sono concordi nell'affermare che l'edizione di Venezia del 1509 non fu condotta sui due manoscritti a noi pervenuti, ma sulla base del terzo codice, quello donato al Soderini. Non solo infatti la stampa presenta delle varianti, ma anche una lunghezza ben superiore ai manoscritti, poiché include ulteriori due opere che non compaiono nel trattato originale. L'opera è dunque composta di tre parti:

- 1) il *Tractato de l'architectura*, in cui illustra ciò che è propriamente la Divina Proporzione
- 2) il *Libellus in tres partiales tractatus divisus*, traduzione in volgare del manoscritto di Piero della Francesca *De Corporibus Regularibus* contenuto nel codice Vaticano-Urbinato n. 632, impreziosito da illustrazioni di Leonardo da Vinci. Il testo, individuato da Giulio Pittorelli nel 1903 e pubblicato da Gerolamo Mancini nel 1913, è corredato dalle celebri lettere disegnate da Pacioli per facilitare il lavoro dei lapidari.
- 3) l'*Alphabeto degnissimo antico*.

L'opera si compone di 71 capitoli: nei primi 23 viene illustrata specificatamente e approfonditamente la sezione aurea, detta "divina proporzione", in seguito si tratta delle tredici conseguenze che si producono in un segmento se lo si divide in due parti secondo le regole del numero aureo. Per quanto concerne questa parte, l'autore fa senz'altro riferimento alla definizione data nel libro XIII degli *Elementi* di Euclide. Gli altri capitoli sono dedicati a vari argomenti:

- capitoli 24-47: i cinque corpi regolari e la possibilità di iscrivere l'uno nell'altro o di inscrivere la sfera in ognuno di questi
- capitoli 48-57: il modo di ottenere da ciascuno dei cinque corpi regolari le forme derivate, solide o vacue di quelli
- capitoli 58-69: i corpi oblungi
- capitoli 70-71: istruzioni relative all'uso delle tavole, un glossario dei termini tecnici utilizzati nel libro.

Dal capitolo 58 al capitolo 71, a margine del testo, si trovano riferimenti alle corrispondenti illustrazioni inserite alla fine del volume, opera, com'è noto, di Leonardo da Vinci, disegnate con "la sua ineffabile mano sinistra" per usare l'espressione di Pacioli. Esse costituirono probabilmente le prime illustrazioni di poliedri sotto forma di intelaiatura, uno stratagemma per permettere la raffigurazione della loro parte posteriore. Queste illustrazioni, unitamente a quella dell'uomo ideale, sono autentiche icone di una *forma mentis* che unisce sensibilità artistica e scientifica, ovvero l'ideale umanistico. Così nella trattazione, i cinque corpi regolari, le cui forme di viventi erano state "fin hora ascoste", acquistarono per la prima volta visibile configurazione spaziale proprio nelle tavole di Leonardo.

Quest'opera, benché di minore importanza rispetto alla *Summa*, rappresenta tuttavia il culmine del pensiero matematico di Pacioli, poiché in essa i progetti puramente scientifici e strumentali si arricchiscono di preziose riflessioni filosofiche e teologiche. Il titolo stesso riassume

l'universalità dei campi di applicazione della divina proporzione: le sue proprietà geometriche e matematiche e la sua frequente riproposizione in diversi contesti naturali hanno affascinato nei secoli la mente umana, che vi ha colto un ideale di bellezza, di armonia e di ordine. D'altra parte l'uso degli aggettivi "aurea" o "divina" ne sono la prova. La divina proporzione fu definita "tesoro recondito" da Fra Luca che così spiegò l'impiego dell'aggettivo "divina": "Essa ha diversi caratteri che appartengono alla Divinità: è unica nel suo genere, è trina perché abbraccia tre termini, è indefinibile e secondo Platone, dà l'essere formale alla Quintessenza". E' divina non solo per l'eccezionalità e "l'infinita potentia" che la contraddistinguono, ma perché è il riflesso di Dio o, meglio ancora, l'immagine in cui si riflette la sua stessa essenza. La divina proporzione appare allora come la cifra "dal ciel mandata" con la quale Dio ha creato il mondo in numero, misura e ordine. Non è solo il linguaggio con cui si esprime l'uomo nell'esercizio della scienza e delle arti, ma ancor più il linguaggio con il quale Dio stesso ha creato il mondo e gli rivolge il suo appello. Per questo la divina proporzione e quindi la matematica hanno un valore esemplare: non solo ci permettono di capire il mondo e di coglierne le leggi fondamentali, ma sono state intese come la via per elevarsi alla contemplazione di Dio. Solo nell'ordine della vita, che è poi l'ordine del susseguirsi dei giorni, si intravede l'ordine di Dio.

Il testo di Pacioli, ristampato a Vienna da Winterberg nel 1896, conserva in allegato la traduzione in tedesco; la versione spagnola, approntata dal Resta, fu invece pubblicata a Buenos Aires nel 1946. Ad ogni modo l'opera, proprio per quel suo presentarsi come "coacervo di tradizioni e di stili matematica diversi", fu meglio accolta nell'ambiente degli artistici e dei tecnici che in quello dei matematici veri e propri.

LA PRIMA PARTE DEL *DE DIVINA PROPORTIONE*:
TRACTATO DE L'ARCHITECTURA

Prima parte del *De Divina Proportione*, il *Tractato* è composto in lingua latina ed è dedicato ai discepoli e ai compagni di Pacioli della natia San Sepolcro, definiti “degni lapicidi”, cioè abili artisti della pietra. Il francescano li ricorda in queste pagine come attentissimi studenti dell’arte, dell’architettura e della scultura: non a caso, il testo tratta di architettura, vale a dire di una *ars machanica* indispensabile nell’edificare, alla cui base stanno la geometria e le proporzioni che definiscono lo stile, l’armonia e la bellezza della costruzione.

Pacioli maturò le sue opinioni in materia d’architettura probabilmente già ad Urbino, quando ebbe la ventura di essere a contatto con Piero della Francesca, Luciano Laurana e Francesco di Giorgio Martini. Il palazzo ducale di Federico da Montefeltro rappresentava a quel tempo non solo una prova pratica di nuova architettura, ma anche il luogo di nascita di una disciplina da porsi al vertice di ogni attività intellettuale poiché considerata scienza “in primo gradu certitudinis”. Grande contributo alla formazione del testo diede certo anche la frequentazione del matematico con Leon Battista Alberti a Roma, sebbene in alcune pagine l’ispirazione pare tratta direttamente dal *De architectura* di Vitruvio. Dell’autore classico Pacioli riportò interi brani in latino, tratti dal terzo e quarto libro, accompagnati da una libera volgarizzazione tendente ad attualizzare il contenuto dell’opera attraverso continui riferimenti agli edifici rinascimentali che riteneva dovessero essere presi a modello. Gli studi su Vitruvio, certamente iniziati a Roma, furono approfonditi da Pacioli a Milano, dove, alla Corte di Ludovico il Moro, lavoravano al contempo Leonardo, Bramante, Giuliano da Sangallo, dall’opera dei quali egli trasse sia esempi pratici che spunti teorici per l’applicazione dei canoni vitruviani.

Pacioli seppe accordare la teoria degli architetti con la tecnica dei costruttori e inserire la teoria vitruviana all’interno della visione matematica del mondo: così questa concezione permise al matematico di esse-

re annoverato tra i teorici dell'architettura. Il filo conduttore del trattato consiste nelle proporzioni e quindi nei rapporti che presiedono alla creazione degli edifici ad opera dell'uomo. Ciò che maggiormente importa a Pacioli è dimostrare come le proporzioni, ed in particolare la divina proporzione, rappresentino non soltanto il linguaggio universale delle arti e della scienza, ma anche il criterio con il quale Dio ha plasmato, mediante i poliedri regolari, gli elementi del mondo. Come rappresentino quindi un principio di armonia e di bellezza in tutte le espressioni di architettura e di ogni altra arte. Non mancano nel testo anche interessanti informazioni storiche derivanti dal ricordo di vari artisti e architetti del tempo, quali l'Alberti, Paolo Uccello, Francesco di Giorgio Martini e Donato Bramante.

LA SECONDA PARTE DEL *DE DIVINA PROPORTIONE*

La seconda parte del *De Divina Proportione* contiene la versione volgare del *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero della Francesca. Si tratta di una traduzione con pochissime modifiche, nella quale tuttavia non viene fatto alcun riferimento all'Autore; da qui l'accusa di plagio fatta al Pacioli, imputato della medesima colpa anche per la *Summa*, dov'è riportata una tariffa di prezzi applicati nei vari stati senza che ne venga citata la fonte. Per questo Vasari, nelle *Vite de' più eccellenti architetti, pittori et scultori* (1550), espresse un giudizio decisamente negativo sul matematico di San Sepolcro per l'uso disinvolto che fece del testo di Piero:

E colui, che con tutte le forze sue si doveva ingegnare e mantenergli la gloria e di accrescerli nome e fama, per aver pur appreso da lui tutto quello che è sapeva, non come grato e fedele discepolo ma come empio e maligno nimico, annullato il nome del precettore usurpatosi il tutto, dette in luce sotto nome suo proprio ciò è di fra Luca da Borgo tutte le fatiche di quel buon vecchio. Il quale, oltre le

scienze dette di sopra, fu eccellente nella pittura e molto onorato ed amato universalmente al pari d'ogni altro della età sua.

Pacioli tuttavia, al tempo della stesura dell'opera, era intellettuale di larga fama, stimato nelle principali corti dell'Italia centro settentrionale, amico di Piero della Francesca e a lui legato da un rapporto di reciproca stima, come dimostra la scelta del pittore di dare a San Pietro il volto del francescano in un dipinto raffigurante la Madonna e Gesù Bambino con Santi e Angeli. Ciò induce a credere che non vi fosse volontà di plagio da parte del Pacioli: forse, come asseriscono vari studiosi, l'incresciosa questione può essere riconsiderata alla luce del diverso modo di intendere il reato di plagio poiché allora il concetto di "diritto d'autore" ancora non esisteva e il possesso materiale dell'opera contava più della proprietà intellettuale. Pacioli di certo ammirava Piero e lo riteneva suo maestro, studiò le sue opere con l'intento di tradurlo in volgare per "portare le cose di Euclide e dei geometri presso gli architetti", vale a dire nel campo abachista. Va inoltre ricordato che, senza l'uso che Pacioli ne fece, il testo di Piero sarebbe probabilmente rimasto sepolto nella biblioteca dei Duchi d'Urbino, così come altri che il matematico utilizzò nelle sue opere.

Fino all'età di Pacioli poi il rapporto aureo veniva espresso con poco incoraggianti formule verbali, che ostacolarono la conoscenza del concetto al di fuori dell'ambito matematico; solo grazie alla sua opera dunque tale idea divenne familiare ai pittori, agli scultori e agli architetti che poterono consultare il testo.

LA TERZA PARTE DEL *DE DIVINA PROPORTIONE*: *L'ALPHABETO DIGNISSIMO*

L'alphabeto dignissimo antico conclude l'edizione a stampa del *De Divina Proportionione*. Al suo interno si trova la "costruzione" delle lettere maiuscole compiuta utilizzando cerchi e rette, senza tuttavia alcun rife-

rimento alla sezione aurea. Le tavole sulle lettere “antique” per un verso rimandano all’umanesimo epigrafico di Felice Feliciano e alla cerchia di Andrea Mantenga, dall’altra definiscono un punto di riferimento imprescindibile per la diffusione della scrittura maiuscola antica sia in ambito artistico, sia nella calligrafia e nella tecnica tipografica del primo Cinquecento.

Dopo la pubblicazione della *De Divina Proportione* si assistette ad una vera fioritura di opere sulla costruzione delle lettere e ancor oggi il Metropolitan Museum di New York utilizza come logo la M disegnata da Luca Pacioli (fig. 6).

Fig. 6: Luca Pacioli, *L’Alphabeto Dignissimo*



*SUMMA DE ARITHMETICA, GEOMETRIA, PROPORTIONE E
PROPORTIONALITA'*

A Milano Pacioli portò a termine la composizione della *Summa*, pubblicata per la prima volta il 10 Novembre 1494 da Paganino de' Paganini. Il testo, ristampato a Tuscolano sul Garda nel 1523, era dedicato al Duca Guidobaldo di Montefeltro. Redatto in eleganti caratteri semigotici e ricco di abbreviazioni che ne rendono ardua la lettura, il volume è composto in volgare toscano impreziosito da vocaboli latini e greci, dove tuttavia si trova anche traccia di inflessioni variamente dialettali. Venne scritto dunque in “materna e vernacula lingua” nel tentativo di conciliare la cultura latina dei dotti con quella volgare dei tecnici: a Pacioli premeva infatti in particolare che potessero accostare l'argomento sia i lettori che conoscevano il latino, sia quelli che non lo padroneggiavano. Né è da sottovalutare nella composizione dell'opera il ruolo che ebbe la consultazione da parte dell'autore dei testi custoditi presso la Biblioteca fiorentina di San Marco e quella urbinata di Federico da Montefeltro. Nel tentativo di approntare una *summa* del sapere matematico, Pacioli compose un testo di carattere scientifico enciclopedico che toccava temi di aritmetica, algebra, geometria e trigonometria. L'esposizione si avvale di un sistema concettuale al contempo teorico e pratico, in cui la visione mistico-neoplatonica delle “armonie numeriche” diventa mezzo per comprendere la realtà del mondo e l'agire operativo di ogni giorno. Destinata ad un vasto pubblico di lettori, l'opera ha un'importanza centrale nella storia della matematica poiché in essa convergono molte branche delle discipline coltivate nel Medioevo, nonché la registrazione a partita doppia. A partire da essa si svilupparono le ricerche dei matematici rinascimentali, confermando il carattere influente, anche se non pienamente originale, del testo, una vera enciclopedia delle conoscenze matematiche, pratiche e teoriche. Certo Pacioli vi ha inserito alcune sue opere precedenti inedite e ha fatto uso di testi di altri autori senza citarne mai le fonti, originando così l'annosa quanto sterile polemica sui plagii dell'autore. La *Summa* tuttavia superò i trattati d'abaco,

dai quali aveva sicuramente attinto, e li rese obsoleti, rappresentando il primo incontro tra la matematica teorica delle università e quella pratica delle botteghe d'abaco, sebbene l'incontro non si possa certo definire "a mezza strada". È piuttosto il tentativo di un frate francescano maestro d'abaco, ma anche *magister theologiae*, di colmare le differenze linguistiche, culturali e sociali tra la bottega e l'università. Un esempio significativo è rappresentato dall'inserimento di dimostrazioni affianco alle applicazioni, espediente che pone il testo ad un livello certamente superiore rispetto alla tradizione abachista poiché introduce elementi di matematica teorica e speculativa.

L'originalità dell'opera non consiste quindi tanto nel contenuto quanto nell'ordinamento strutturale, che consente la presentazione in veste enciclopedica di tutto il sapere abachista fino alla fine del XV secolo con aggiustamenti e correzioni. L'aver riassunto in un unico testo ciò che prima era sparso in una miriade di manoscritti è certo gran merito a cui va aggiunto quello precedentemente illustrato.

La *Summa* appariva a Cardano un'opera centrale nella storia dell'algebra paragonabile soltanto al *Liber abaci* di Leonardo Pisano: proprio Cardano nell'ultimo capitolo della *Pratica Arithmeticae* del 1539 individuò e corresse diciannove "errori di frate Luca"; anche Tartaglia ne approntò una *correttione* da dare alle stampe. Il più antico testo di algebra rinascimentale, quello dell'autore francese Chuquet, fu pubblicato dieci anni dopo la *Summa* e trovò un terreno già preparato da una generazione di algebristi. Si ricordi che l'algebra di Al-Khuwarizmi era stata tradotta al più tardi entro il 1464: tale data è infatti riportata su una copia manoscritta conservata alla biblioteca della Plimpton Collection di New York. L'autore in questo manoscritto affermava di basare la sua opera su numerosi predecessori in questo campo fra i quali citava alcuni dell'inizio del XIV secolo.

Nella *Summa* Pacioli progetta anche una drastica revisione del sistema delle arti e delle scienze in virtù della comune radice che è appunto la matematica. Egli divenne così la figura emblematica di un'epoca e rappresentò l'"uomo universale" per il quale arti e scienze costituivano

un'indissolubile unità e le conoscenze un poliedro che racchiude la perfezione del mondo. Quel mondo fatto da Dio attraverso i numeri, le figure geometriche e le proporzioni.

La *Summa* è divisa in due parti: la prima, molto ampia, tratta prevalentemente questioni di aritmetica, algebra, a cui fanno seguito il *Tractatus de computis et scripturis*, che occupa un posto rilevante nella ragioneria e di cui abbiamo già trattato, e una *Tariffa*. La seconda parte è il *Tractatus geometriae*, suddiviso in otto distinzioni “a reverentia dele otto beatitudini”, ciascuna di queste articolate in capitoli. Anche in questo testo vengono trattati problemi già ampiamente svolti nella *Pratica geometriae* di Fibonacci ed anche in uno scritto perduto di Euclide, pervenuto in un rifacimento del matematico arabo Muhammed al Bagdali pubblicato a Pesaro nel 1570. Quasi tutto questo trattato è la trascrizione delle prime 241 cartelle del *Tractato di praticha* di geometria della Biblioteca Nazionale di Firenze attribuito a Maestro Benedetto da Firenze. Il *Particularis tractatus* è invece chiaramente ripreso da Piero della Francesca.

LA TARIFFA

Con il dodicesimo trattato della nona distinzione si conclude la prima parte della *Summa*. Esso contiene una “Tariffa de tutti costumi, cambi, monete, pesi, misure e usanze [...] che nei paesi si costuma e in diverse terre”. Vengono qui descritti dettagliatamente pesi, misure e monete di diverse località italiane e straniere, tra loro confrontati. Poiché il testo era utilizzato dai commercianti in vari compendi come se si trattasse di una tavola delle moltiplicazioni e divisioni, forse l'intenzione di Pacioli nell'inserirlo nel libro era quella di facilitare i commercianti disponendo in un solo volume degli elementi di consultazione necessari all'esercizio della loro professione. Il capitolo 182, intitolato *Costumi de più mercantie*, è considerato un vero e proprio trattatello di merceologia in cui vengono esaminate le principali specie di merci.

La *Tariffa* della *Summa*, salvo irrilevanti differenze, è una copia di un'opera pubblicata anonima a Firenze nel 1481 dallo stampatore Francesco di Dino, con il titolo "Libro che tratta de mercantie et usanze de paesi", che però viene tradizionalmente attribuita a Giorgio di Lorenzo Chiarini e alla quale Pacioli non fa alcun riferimento.

DE RE MILITARI

Il *De re militari* fu terminato da Pacioli nel 1455 ed ebbe una notevole diffusione, in particolare dopo la stampa, e costituì uno dei punti di riferimento della stessa ingegneria militare di Leonardo. E' un tipico esempio di arte matematica derivata, di commistione tra la cultura dotta umanista e la tradizione tecnica degli ingegneri. Tale commistione era ben evidente già nell'opera di Valturio, considerato da Pacioli il diretto continuatore dell'ingegneria militare romana, sebbene Valturio non fosse un tecnico ma un letterato. Pacioli tuttavia, sempre desideroso di evidenziare i legami con la civiltà classica, ritenne opportuno ricondurre l'opera di Valturio a quella di due classici dell'arte militare come Vegezio e Frontino.

L'opera vuol dimostrare come dalle scienze matematiche derivi lo sviluppo dell'intera società e, per far ciò, tratta del loro uso nella costruzione di ordigni militari, di fortificazioni, di ponti e strumenti di difesa. Asserisce infatti Luca: "non è possibile senza la notizia de geometria, arithmetica e proportione, egregiamente potersi con honore e utile esercitare. E mai niun degno esercito finalmente a obsidiane o defensione deputato de tutto provveduto se po' dire, se in quella non se trovi ingegneri e novo machinatore particular ordinato".

TRACTATUS MATHEMATICUS AD DISCIPULOS PERUSINOS

Pacioli nella *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* dichiara di aver scritto tre manuali di matematica, ma di questi ne è pervenuto a noi uno solo, contenuto nel Codice Vaticano Latino 3129. Tale codice non ha né la complessità, né la raffinatezza di altri trattati della stessa epoca ma è paragonabile ad una enciclopedia della matematica abachista.

Il trattato fu redatto da Pacioli in funzione dei corsi universitari che tenne negli anni 1477-1480 e venne composto tra il dicembre del 1477 e l'aprile del 1478. L'autore utilizzò gran parte del materiale contenuto nel precedente manuale che aveva scritto per i fratelli Rompiaci di Venezia quand'era a loro servizio e fece riferimento alla tradizione dei maestri d'abaco che cita come "molto antichi nostri antecessori". Il manuale, redatto per gli studenti di Perugia, è un tipico trattato d'abaco composto raccogliendo e ordinando metodi, problemi (circa ottocento) e operazioni contenuti in molti testi in lingua volgare; è inoltre redatto in scrittura mercantesca, quella che i maestri di matematica usavano nelle scuole d'abaco.

Pacioli raccolse quindi una gran parte della matematica pratica insegnata precedentemente ma affrontò anche argomenti di livello sicuramente superiore a quello necessario per soddisfare le esigenze quotidiane di un tecnico. Per tale ragione l'opera si può dividere in due parti: quella relativa alla matematica commerciale e quella più complessa relativa all'algebra, alla geometria e ai radicali. Essa comprende inoltre un capitolo relativo alla "matematica ricreativa" e a conclusione una "tariffa mercantesca".

DE VIRIBUS QUANTITATIS

Il titolo *De viribus quantitatis* fu tradotto dallo stesso Pacioli in "De le forze della quantità". Scritto tra il 1496 e il 1509 in volgare, il testo è

conservato presso la Biblioteca Universitaria di Bologna, codice 250, e si presenta come uno zibaldone di letteratura ricreativa. L'opera apparteneva alla biblioteca del noto bibliofilo bolognese Giovanni Giacomo Amadei. Pacioli iniziò a comporlo a Milano come una prima ampia raccolta di giochi matematici e non, indovinelli, proverbi e divertimenti vari. Molti degli effetti degli enigmi proposti derivano dalle dimostrazioni teoriche delle proprietà geometriche ed aritmetiche già contenute nella *Summa*, tuttavia in essa si trova anche il notissimo aneddoto dell'uovo di Colombo, che l'autore attribuisce al Brunelleschi. Vi si trovano le proprietà dei "quadri magici", quelli in cui la somma di una riga, di una colonna, di una diagonale, dei quattro numeri centrali e dei numeri ai quattro angoli danno sempre lo stesso numero 34. Il più antico esempio conosciuto è il Lo Shu cinese, la cui scoperta viene fatta risalire dal mito all'imperatore Yu. Inoltre, nella celebre incisione di Dürer del 1514 intitolata *Malinconia*, vi è una figura in posizione preminente che è proprio il quadrato magico e anche da questo si può dedurre l'influenza di Pacioli sull'artista. Pacioli infatti, derivando l'idea dall'astronomia araba, costruì i quadrati magici relativi ai sette pianeti allora conosciuti, ciascuno dei quali corrispondeva ad un numero.

Recentemente è stato ritrovato nella Biblioteca Coranini a Gorizia un testo, attribuito a Pacioli, composto di 114 studi scacchistici, di cui una trentina da giocare "ala rabbiosa", cioè con le nuove regole che allora stavano soppiantando le vecchie e che vengono ancor oggi utilizzate. Il testo, scritto alla corte di Mantova, rappresenta un'importante testimonianza della vita culturale delle corti italiane. L'opera spingeva i cortigiani a coltivare l'interesse per un gioco matematico che acuiva l'utilizzo della logica deduttiva. Trattando problemi di carattere ricreativo, l'autore tentava di alleviare la noia e di allietare le serate a corte, secondo quanto si proponeva di fare anche un altro testo, di non molto posteriore, *Il libro di giuochi mathematici* di Piero di Nicolao d'Antonio da Filicaia, oggi conservato presso la Biblioteca Nazionale di Firenze.

È da notare tuttavia che la divulgazione matematica non è presentata come pura speculazione intellettuale, ma come strumento risolutivo di

problemi pratici e fonte di diletto: nella dedicatoria del testo non a caso Pacioli accenna al “iocondo et alegro tractato de ludis in genere” ovvero “schifanoia”. Dedicato a Francesco Gonzaga e Isabella d'Este, il lavoro di Pacioli sul gioco degli scacchi si inserisce nell'ambito di una trattatistica che ebbe ampio sviluppo nel Medioevo e nel Rinascimento, quella relativa ai cosiddetti “giochi da tavoliere”. In esso si evidenzia lo stretto rapporto fra la matematica e gli scacchi che fin dall'origine lega la scienza dei numeri ai problemi logici relativi al gioco. Il gioco degli scacchi, già noto ad Assiri e Babilonesi, si perfezionò in India e di lì passò in Persia, dove ricevette il nome di “scacchi” dallo Shah, forma persiana del latino *Caesar*, quindi “gioco del re”, nel quale si simula la battaglia rinviando all'esperienza guerresca. Ma la guerra viene qui intesa non come espressione di violenza, bensì come gioco di abilità. La scacchiera è simbolo dell'intelligenza che regge il mutare delle cose umane e del contrasto tra opposti che le qualifica. Anche la vita è una partita a scacchi, come ricorda Ingmar Bergman nel *Settimo sigillo*. Del testo perduto *Del gioco degli scacchi* era rimasta una traccia documentaria attestata sia nel *De viribus quantitatis*, sia nella *Suplica* al Senato Veneziano per la stampa dell'opera.

GLI ELEMENTI DI EUCLIDE

Nello stesso anno in cui pubblicò il *De Divina Proportione*, vale a dire nel 1509, Pacioli diede alle stampe anche una versione latina degli *Elementi* di Euclide, dedicandola al Cardinal Francesco Soderini, fratello di Piero, cui a sua volta era stata dedicato il *De Divina Proportione*. L'opera, stampata da Paganino de Paganini, presenta una versione degli *Elementi* condotta sulla base della traduzione dall'arabo di Adelardo di Bath del XII secolo, ripresa già nel XIII secolo da Giovanni Campano da Novara, cappellano di Papa Urbano IV. L'edizione a stampa dell'opera di Campano era stata pubblicata a Venezia nel 1482.

Quella di Pacioli rappresenta dunque la terza edizione a stampa dell'opera di Euclide dopo quella del tipografo Erhard Ratdolt e quella di Bartolomeo Zamberti, pubblicate sempre a Venezia rispettivamente nel 1482 e nel 1505. L'ultima edizione, a differenza dell'*editio princeps* che continua la tradizione manoscritta arabo-latina culminata con Campano, contiene la traduzione in latino di un codice greco risalente alla versione di Teone di Smirne. Quindi l'edizione di Zamberti rappresenta uno dei primi risultati dell'impatto dell'Umanesimo sullo studio dei testi matematici antichi, finalizzato al recupero della forma originale greca. Le "incrostazioni" linguistiche, gli errori e le omissioni sedimentate nei testi classici tramandati dalla tradizione arabo-latina dovevano essere eliminati mediante il ritorno alla lettura diretta dei codici greci. Sebbene in questo caso la fedeltà al testo appaia un'esigenza filologica estranea al contenuto matematico, il recupero dell'esatta terminologia fornisce una chiave interpretativa differente dell'opera di Euclide, che permette di rendere chiaro ciò che fino ad allora appariva confuso. Certamente i limiti della preparazione matematica di Zamberti, che non è atta ad affrontare il testo di Euclide, ostacolano la buona riuscita dell'opera: l'autore si rivela un umanista alle prese con temi matematici, il quale, pur possedendo gli strumenti filologici per una corretta restituzione della "lettera", è carente nel padroneggiare la struttura matematica.

Pacioli, a differenza di Zamberti, era un matematico e seppe guardare al testo con una diversa angolatura, non in funzione del recupero della versione originale ma in funzione della sua comprensione e della sua utilità. Egli l'arricchì di nuovi commenti, variazioni ed annotazioni e vi inserì una prolusione da lui pronunciata a Venezia l'11 agosto 1508 alla scuola di Rialto, che aveva sede nella chiesa di San Bartolomeo, dove l'autore insegnava la teoria euclidea ad un pubblico di ben cinquecento persone. Questa edizione dunque non apportò modifiche significative agli *Elementi*, ma ebbe come scopo l'intelligibilità dell'opera e la sua possibile fruizione nel campo delle arti e delle discipline universitarie. Inoltre in queste pagine la geometria euclidea venne calata anche in un ambito teologico di matrice cristocentrica, in qualità di corredo filosofi-

co all'esposizione delle proporzioni degli *Elementi* relativi alla divina proporzione.

In realtà oltre all'edizione latina Pacioli ne approntò anche una in volgare, della quale troviamo notizia sia nella dedica a Francesco Soderini contenuta nel *De Divina Proportione* sia nel *De Viribus Quantitatis*. E' presumibile che la traduzione in volgare degli *Elementi* fosse stata richiesta da tecnici e artisti con i quali il francescano era a contatto e che non conoscevano il latino, e forse dallo stesso Leonardo da Vinci. L'opera è andata perduta. Inoltre dovranno passare decenni prima che una traduzione italiana, peraltro la prima traduzione degli *Elementi* in una lingua moderna, andasse alle stampe. Ciò avvenne grazie all'opera di Nicolò Tartaglia che ne pubblicò una prima versione a Venezia nel 1543.

Certamente Pacioli fu un divulgatore dell'opera di Euclide: non a caso a testimonianza del ruolo svolto dal matematico sono da citare i celebri dipinti di Jacopo de' Barbari al Museo di Capodimonte e di S. Zanchi. Nel primo sono ben visibili un dodecaedro posto come fermacarte sopra il volume della *Summa* di Pacioli e, appeso a mezz'altezza, un complicato rombododecaedro (uno dei solidi di Archimede) a ventisei facce (diciotto a forma di quadrato e otto a forma di triangolo equilatero), meravigliosamente disegnato in un capolavoro di riflessione, rifrazione e prospettiva che lo mostra come sospeso in aria trasparente e mezzo pieno d'acqua a simboleggiare la cristallina eternità della matematica in cui si culla ripetuto tre volte il profilo del Palazzo di Urbino. Laurana e Giorgio di Martino diedero vita con il palazzo di Federico di Montefeltro ad un'invenzione architettonica e matematica che evidenzia l'alleanza tra rigore, bellezza e civiltà, tanto che André Chastel conierà per Urbino il termine di "Rinascimento matematico". Il giovane nobile rappresentato a lato del matematico è stato identificato in Guidobaldo di Montefeltro, duca di Urbino, al quale Pacioli tenne lezioni di geometria (fig. 7).

Fig. 7: Jacopo de' Barbari, *Ritratto di Luca Pacioli*, Museo di Capodimonte



PACIOLI E LA MATEMATICA

Dopo aver considerato le opere di Luca Pacioli possiamo tentare di riassumere l'importanza del ruolo svolto dall'autore in ambiti diversi, a partire da quello matematico.

Dall'antichità classica al tardo Medioevo i progressi compiuti nel campo delle scienze esatte erano stati scarsi: solo nei secoli XII e XIII si era manifestato un risveglio dell'interesse per tali argomenti anche grazie ai contributi dei viaggiatori e dei mercanti che iniziarono a portare in Europa notizie relative alle conoscenze dei popoli orientali. Primo fra questi fu Leonardo Pisano che con i suoi trattati segnò il risveglio degli studi matematici nel nostro continente, che tuttavia si esaurirono nei due secoli successivi, se si prescinde dai progressi connessi alla prospettiva.

È dunque certamente merito di Luca Pacioli aver fatto rinascere, con l'insegnamento in ogni parte d'Italia e con la divulgazione dei testi attraverso la stampa, l'interesse per la matematica. Scopo della sua vita fu quello di comunicare agli altri il suo sapere: d'altro canto l'utilizzo della stampa ben dimostra come egli avesse saputo scorgere le grandi opportunità offerte dal nuovo mezzo e ne avesse sfruttato pienamente le potenzialità. Capì che il libro era il vettore privilegiato della comunicazione del sapere, per questo i suoi scritti vennero diffusi in un numero di copie mai raggiunto in precedenza. Il francescano ebbe inoltre il merito di aver diffuso l'interesse per la matematica in vasti strati della popolazione del suo tempo, non solo presso i tecnici, né solo presso i dotti. Utilizzò senza dubbio, e in larga misura, testi altrui, ma ebbe il merito di saper organizzare la conoscenza in un tutto organico e di aver messo a disposizione degli studiosi opere nelle quali potessero trovare agevolmente quanto prima era sparso e difficilmente reperibile. A tale proposito Cantor scrisse: "La *Summa* non solo era l'opera che i bisogni culturali del tempo richiedevano, ma fu anche quella che a tali bisogni seppe soddisfare".

Inoltre se non fu l'originalità il pregio principale di Pacioli, ciò nonostante non mancò di fornire strutture teoriche necessarie alla formulazione di regole generali per la soluzione di problemi concreti. Ma certamente il suo valore risiede anche in altre prerogative: l'innovazione maggiore del suo pensiero consiste nell'aver elevato la matematica a "regina delle scienze e della tecnica". La centralità della matematica per la conoscenza dipende, secondo Pacioli, dall'impiego delle proporzioni in ogni ambito dello scibile umano: le proporzioni infatti non sono solo il linguaggio universale delle scienze e delle tecniche, ma anche il criterio con il quale Dio ha plasmato il mondo. L'idea "metafisica" che guida il progetto culturale di frate Luca consiste nel fatto che il "libro del mondo" sia scritto con i caratteri della geometria e della matematica e con la sintassi delle proporzioni. La dipendenza di tutte le scienze e le arti dalla matematica non implica che esse siano prive di una loro specificità, vuol solo dire che, pur nella loro autonomia, esse trovano nella matematica la ragione ultima della loro esistenza. La matematica, per la sua esattezza derivante dalla chiarezza delle ipotesi e dal rigore dei suoi ragionamenti, è dunque la forma di sapere più conforme alla verità.

Riprese questo concetto Spinoza, il quale sostenne che "la verità sarebbe restata nascosta per sempre al genere umano se la matematica non avesse mostrato agli uomini la loro vera regola di verità". E non si tratta tanto di una verità assoluta ma di una ricerca della verità. La verità è difficile da raggiungere e tuttavia ciò non significa che non esista: non una semplice realtà di fatto ma un processo, un atto dinamico che non si conclude mai, attraverso il quale si confutano gli errori e si riconosce il falso. Ecco l'origine dei rapporti tra i concetti di numero, ordine e armonia, elementi imprescindibili per definire il concetto di bellezza, come Pacioli afferma, rifacendosi ad Agostino.

Pacioli fu anche l'anello di congiunzione fra la cultura dotta latina e quella volgare dei tecnici: seppe superare gli steccati linguistici e culturali fra l'università e le botteghe d'abaco, come abbiamo descritto. Non si dimentichi per altro la grande difficoltà affrontata dal matematico nell'esprimere solo in forma discorsiva e senza simbolismi i concetti

matematici: i suoi testi sono perciò una dimostrazione della fatica compiuta dall'autore di muoversi forzatamente all'interno di confini fissati da un linguaggio primitivo e certamente inadeguato all'espressione di concetti evoluti. Egli cominciò ad introdurre nelle espressioni algebriche alcune felici abbreviazioni, avviando tale scienza verso la cosiddetta scrittura sincopata. Se gli algebristi italiani del Cinquecento riuscirono a realizzare nello studio delle equazioni straordinari progressi, bisogna riconoscere che è stato Pacioli a preparare loro efficacemente il terreno. Possiamo ben dire che l'interpretazione che Pacioli diede della matematica oscilla fra due versioni quasi antitetiche: in certi casi accoglie con disinvoltura le più caratteristiche istanze del neoplatonismo umanistico, cercando nei numeri recondite qualità mistico-magiche, in altri casi interpreta la matematica in funzione essenzialmente tecnica. Sono oscillazioni che denunciano i limiti della sua preparazione scientifica, ma possono valere come sintomi generali di profonde contraddizioni che esistevano, relativamente a questo settore, in tutta la cultura europea del Quattrocento.

ALCUNE CONSIDERAZIONI FINALI

Il viaggio è finito e ha mantenuto viva la suggestione della scoperta e dell'incantamento. Abbiamo dato notizie, raccontato eventi, visitato qualche illustre personaggio, ma non per cronologici accadimenti, alla storia non si chiede questo, ma per porci domande. D'altra parte ogni argomento o personaggio trattato meriterebbe ben altro approfondimento, già compiuto per altro da parte di specialisti delle varie discipline a riguardo.

Il testo si propone semplicemente di riconsiderare alcuni aspetti di queste vite ed esperienze al fine di sottolinearne l'attualità e l'insegnamento: la storia infatti rimane pur sempre il grande patrimonio a cui possiamo attingere per orientare le nostre azioni se, come scriveva Goethe, "Tutti i pensieri intelligenti sono già stati pensati; occorre solo tentare di ripensarli". La storia fornisce una documentazione che alla luce delle odierne esigenze deve essere reinterpretata per restituire un ruolo attivo nella costruzione del contemporaneo. Oggi più che mai occorrono conoscenze specifiche, ma occorre anche una base culturale ampia all'interno della quale la specializzazione possa dare i suoi frutti migliori senza banalizzarsi in sterili meccanicismi che possono sì risolvere "alcuni specifici problemi", ma non permettono di raggiungere una vera conoscenza. Essa sorge solo sulla capacità di individuare la chiave di lettura della realtà che ci circonda nelle relazioni tra i fatti. Si tratta di un'analisi sempre difficile e complessa, che solo un "capitale umano" di alto livello culturale può tentare, avvalendosi del passato e del presente, e impegnando le proprie conoscenze per una definizione di futuro. Necessitiamo di una professionalità matura e completa, nella quale le esigenze di ordine tecnico ed economico si sposino con quelle dell'etica in primo luogo e poi della crescita civile e culturale dell'intero sistema. Pacioli, Piero della Francesca, Leonardo da Vinci e tutti gli uomini di quella splendida epoca, artisti, matematici, poeti, raffinatissimi artigiani,

mercanti e banchieri, tradussero la loro esperienza quotidiana di vita, a volte assai eterogenea, in cultura. Furono uomini del loro tempo, un tempo che richiedeva un salto di qualità che aveva origine dal passato rivisitato con occhi nuovi e che seppe definire un nuovo presente e un nuovo futuro, il “nuovo” in tutte le sue possibili espressioni. Un salto pur nella continuità, un riordino, una riconsiderazione nell’ottica futura che faceva sì che tutto assumesse nuove significazioni e possibilità radicalmente diverse.

Quel tempo fu maturo per un Rinascimento: non fu la casualità dell’agire umano, vi furono problemi, quei problemi richiedevano soluzioni, pertanto vi furono uomini in grado di capire perfettamente quale via bisognasse percorrere perché cambiasse la visione del mondo, perché all’interno di questa nuova visione si risolvessero anche i problemi specifici. C’era bisogno di un nuovo ordine, ma per definirlo occorreavano strumenti tecnici che dovevano nascere da nuove conoscenze, definite a loro volta da nuovi ambiti culturali, come l’umanesimo che aveva posto l’uomo al centro del mondo come elemento imprescindibile. Si aprivano spazi mentali di libertà, ordinati, etici e armoniosi, animati e definiti da uomini che hanno cercato, sperimentato e ragionato. Uomini per i quali la dignità dell’individuo consiste proprio nella realizzazione della conoscenza, nella ricerca del sapere senza particolari fini, nella creazione della bellezza. E per questo magico compenetrarsi tra conoscenze diverse, architettura, matematica, letteratura, pittura, l’unica parola che sovviene è “armonia”. Proust in *Guermentes* aveva sospettato che: “Il mondo non è stato creato una volta, ma tutte le volte che è sopravvenuto un artista originale”. Forse è per questo che si usa parlare di “creazione” per le opere veramente importanti che hanno sempre bisogno di un pensiero libero di vagare prima di approdare ad un risultato concreto. Hanno bisogno di tempo, il tempo della riflessione, per capire e sperimentare nuove idee. Un tempo aperto senza il quale non si sarebbe potuto e non si potrà mai avere un obiettivo, un progetto, un sogno.

Abbiamo bisogno oggi di un nuovo Umanesimo, di un nuovo Rinascimento che restituiscano all'uomo la centralità ora occupata dai meccanismi che regolano il funzionamento del mercato. Dobbiamo perseguire lo sviluppo integrale dell'individuo attraverso il desiderio di sapere e di conoscere che anima la libertà di pensiero. Questo è l'uomo che ha visioni lungimiranti, che vanno ben oltre la sua storia personale, che riesce a vedere e capire con gli occhi della mente, la bellezza, non solo quella di splendide opere d'arte, ma anche quella che si è sedimentata nelle vie, nei palazzi, nelle case, nei paesaggi, diventando parametro imprescindibile dell'esistenza.

Il timore è quello che paventava Carlo Maria Cipolla, che "un'ondata di volgarità distrugga la poesia e l'arte poiché non vi è nulla di più pericoloso del sapere tecnico disgiunto dal rispetto della vita e dei valori umani".

BIBLIOGRAFIA

- AA.VV., *L'uomo del Rinascimento. Leon Battista Alberti e le arti a Firenze tra ragione e bellezza*, Firenze, Maschietto, 2006
- AGOSTINO, *Ordine musica bellezza*, Milano, Rusconi, 1992
- ALLEGRETTI PIERO, *Piero della Francesca*, Milano, Rizzoli, 2003
- AMADUZZI ANTONIO, *Storia della ragioneria*, Milano, Giuffrè, 2004
- ANTINORI CARLO, *La contabilità pratica prima di Luca Pacioli. Origine della Partita doppia*, in ARGUELLES TOSÈ E MIRIAM, *Il grande libro dei mandala*, Roma, Mediterranee, 1972
- ARRIGHI GIOVANNI, *Il lungo Ventesimo Secolo*, Milano, Il Saggiatore, 1994
- BARROW JOHN D., *Perché il mondo è matematico*, Bari, Laterza, 2009
- BOYER CARL, *Storia della matematica*, Milano, Mondadori, 1980
- BURCKHARDT JACOB, *La civiltà del Rinascimento in Italia*, Roma, Avanzini e Torraca, 1967
- BURDACH KONRAD, *Riforma, rinascimento, umanesimo*, Firenze, Sansoni, 1986
- CARANDINI GUIDO, *Racconti della civiltà capitalistica*, Bari, Laterza, 2012
- CIOCCI ARGANTE, *Luca Pacioli fra Piero della Francesca e Leonardo da Vinci*, Milano, Aboca, 2009
- CIPOLLA CARLO MARIA, *Storia economica dell'Europa pre-industriale*, Bologna, Il Mulino 1975
- CIPOLLA CARLO MARIA, *Storia facile dell'economia italiana dal medioevo ad oggi*, Milano, Mondadori, 1995
- CONTIN DUILIO, ODFREDDI PIERGIOGIO, PIERETTI ANTONIO (a cura di), *Antologia della divina proporzione di Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo da Vinci*, Firenze, Aboca, 2010
- CORBOLAN FERNANDO, *La sezione aurea*. Mondo matematico, RBA Italia, 2011
- DOTTI UGO, *La rivoluzione incompiuta*, Torino, Aragno, 2010
- ECO UMBERTO, *Il Medioevo*, Milano, Federico Motta, 2009
- ECO UMBERTO, *Storia della bellezza*, Milano, Bompiani, 2004

ENRIQUES FEDERIGO, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli, 1982

GALILEO GALILEI, *Il sagggiatore*, Milano, Feltrinelli, 1992

GARIN EUGENIO, *La cultura filosofica del Rinascimento italiano*, Milano, Est, 2001

GARIN EUGENIO, *Medioevo e Rinascimento*, Bari, Laterza, 2005

GEYMONAT LUDOVICO, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Vol. II, Milano, Garzanti, 1970

GIUSTI ENRICO, TACCAGNI CARLO (a cura di), *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Firenze, Giunti, 1994

HERNANDEZ-ESTEVE ESTEBAN, *Il pensiero matematico Pacioliano culminato nel "De divina proportionem" e il divenire dell'istruzione commerciale*, in "Rivista Italiana di ragioneria e di Economia aziendale", n. 9/10, Settembre/Ottobre 2009

LE GOFF JACQUES, *Gli intellettuali nel Medioevo*, Milano, Mondadori, 1959

LIGHTBOWN RONALD, *Piero della Francesca, Leonardo*, Milano, 1992

LOLLI GABRIELE, *Filosofia della matematica*, Bologna, Il Mulino, 2002

Lombardo Radice Lucio, *La matematica da Pitagora a Newton*, Roma, Editori Riuniti, 1992

MELLA PIERO, DEMARTINI CHIARA, *L'evoluzione dell'ordinamento contabile nell'indirizzo degli Economisti di Angelo Pietra: una prospettiva situazionale*, in "Contabilità e cultura aziendale", XX, 2010

ODIFREDDI PIERGIORGIO, *Pitagora, Euclide e la nascita del pensiero scientifico*, Roma, 2011

ODIFREDDI PIERGIORGIO, *Penna, pennello e bacchetta*, Bari, Laterza, 2005

PARKS TIM, *La fortuna dei Medici*, Milano, Mondadori, 2006

PARKS TIM, SEBREGONDI LUDOVICA (a cura di), *Denaro e bellezza. I banchieri, Botticelli e il rogo delle vanità*, Firenze, Giunti, 2011

WILES ANDREW, *La teoria dei numeri. L'evoluzione delle matematiche dall'antichità a oggi*, Roma, L'Espresso, 2012

ISBN
978-88-96890-07-3

Jean Monnet Centre of Pavia
Università degli Studi di Pavia



Education and Culture DG

Lifelong Learning Programme